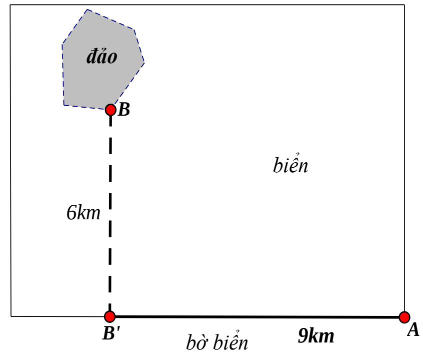
Câu 1: Một công ty muốn làm một đường ống dẫn từ một điểm *A* trên bờ đến một điểm *B* trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6km. Giá để xây đường ống trên bờ là 50.000USD mỗi km, và 130.000USD mỗi km để xây dưới nước. *B'* là điểm trên bờ biển sao cho *BB'* vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ *A* đến *B'* là 9*km*. Vị trí *C* trên đoạn *AB'* sao cho khi nối ống theo *ACB* thì số tiền ít nhất. Khi đó C cách *A* một đoạn bằng:

A. 6.5km **B.** 6km **C.** 0km **D.**9km



Hướng dẫn giải

Đặt $x = B'C \ (km), x \in [0;9]$

$BC = \sqrt{x^2+36}; AC = 9-x$

Chi phí xây dựng đường ống là $C(x) = 130.000\sqrt{x^2+36} + 50.000(9-x) \qquad (USD)$

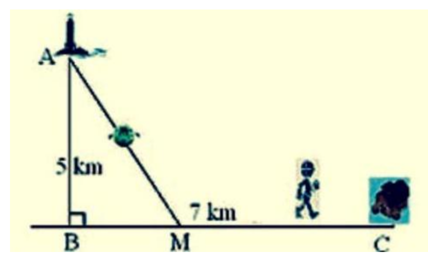
Hàm $C(x)$, xác định, liên tục trên $[0;9]$ và $C'(x) = 10000.\left(\dfrac{13x}{\sqrt{x^2+36}} - 5\right)$

$C'(x) = 0 \Leftrightarrow 13x = 5\sqrt{x^2+36} \Leftrightarrow 169x^2 = 25(x^2+36) \Leftrightarrow x^2 = \dfrac{25}{4} \Leftrightarrow x = \dfrac{5}{2}$

$C(0) = 1.230.000$; $C\left(\dfrac{5}{2}\right) = 1.170.000$; $C(9) \approx 1.406.165$

Vậy chi phí thấp nhất khi $x = 2,5$. Vậy *C* cần cách *A* một khoảng 6,5km.

Câu 2: Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A có khoảng cách đến bờ biển $AB = 5km$ .Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $7km$ .Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến M trên bờ biểnvới vận tốc $4km/h$ rồi đi bộ đến C với vận tốc $6km/h$ .Vị trí của điểm M cách B một khoảng bao nhiêu để người đó đi đến kho nhanh nhất?



A. $0\,km$ **B.** $7\,km$ **C.** $2\sqrt{5}\,km$ **D.** $\dfrac{14+5\sqrt{5}}{12}$ km

Hướng dẫn giải

Đặt $BM = x(km) \Rightarrow MC = 7 - x(km)$,$(0 < x < 7)$.

Ta có: Thời gian chèo đò từ A đến M là: $t_{AM} = \dfrac{\sqrt{x^2+25}}{4}(h)$.

Thời gian đi bộ đi bộ đến C là: $t_{MC} = \dfrac{7-x}{6}(h)$

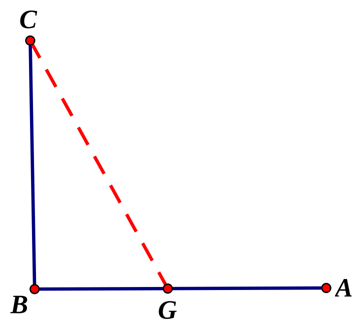
Thời gian từ A đến kho $t = \dfrac{\sqrt{x^2+25}}{4} + \dfrac{7-x}{6}$

Khi đó: $t' = \frac{x}{4\sqrt{x^2+25}} - \frac{1}{6}$, cho $t' = 0 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{5}$

Lập bảng biến thiên, ta thấy thời gian đến kho nhanh nhất khi $x = 2\sqrt{5}(km)$.

Câu 3: Đường dây điện 110KV kéo từ trạm phát (điểm A) trong đất liền ra Côn Đảo (điểm C). biết khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là 60km, khoảng cách từ A đến B là 100km, mỗi km dây điện dưới nước chi phí là 5000 USD, chi phí cho mỗi km dây điện trên bờ là 3000 USD. Hỏi điểm G cách A bao nhiêu để mắc dây điện từ A đến G rồi từ G đến C chi phí ít nhất.

A: 40km **B:** 45km **C:** 55km



Hướng dẫn giải

Gọi $BG = x (0 < x < 100) \Rightarrow AG = 100 - x$

Ta có $GC = \sqrt{BC^2 + GC^2} = \sqrt{x^2 + 3600}$

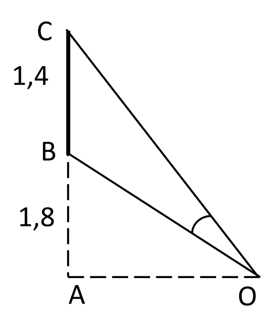
Chi phí mắc dây điện: $f(x) = 3000.(100 - x) + 5000\sqrt{x^2 + 3600}$

Khảo sát hàm ta được: $x = 45$. Chọn B.

Câu 4: Một màn ảnh chữ nhật cao 1,4 mét được đặt ở độ cao 1,8 mét so với tầm mắt (tính từ đầu mép dưới của màn hình). Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng sao cho

góc nhìn lớn nhất. Hãy xác định vị trí đó ? (BOC gọi là **góc nhìn)**

A. $AO = 2,4m$ **B.** $AO = 2m$ **C.** $AO = 2,6m$ **D.** $AO = 3m$



Hướng dẫn giải

Với bài toán này ta cần xác định OA để góc BOC lớn nhất.

Điều này xảy ra khi và chỉ khi tanBOC lớn nhất. Đặt OA = x (m) với x > 0,

ta có tanBOC = tan(AOC - AOB) = $\dfrac{\tan AOC - \tan AOB}{1+\tan AOC.\tan AOB}$

$$= \frac{\dfrac{AC}{OA} - \dfrac{AB}{OA}}{1+\dfrac{AC.AB}{OA^2}} = \frac{\dfrac{1,4}{x}}{1+\dfrac{3,2.1,8}{x^2}} = \frac{1,4x}{x^2+5,76}$$

Xét hàm số f(x) $= \dfrac{1,4x}{x^2+5,76}$

Bài toán trở thành tìm x > 0 để f(x) đạt giá trị lớn nhất. Ta có

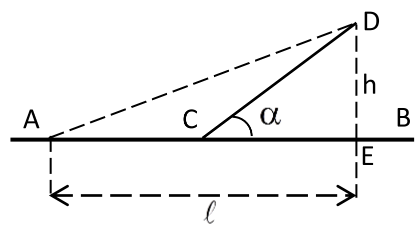
$f'(x) = \dfrac{-1,4x^2+1,4.5,76}{(x^2+5,76)^2}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2,4$

Ta có bảng biến thiên

x	0		2,4		$+\infty$
f'(x)		+	0	−	
f(x)	0	↗	$\frac{84}{193}$	↘	0

Vậy vị trí đứng cho góc nhìn lớn nhất là cách màn ảnh 2,4m.

Câu 5: Từ cảng A dọc theo đường sắt AB cần phải xác định một trạm trung chuyển hàng hóa C và xây dựng một con đường từ C đến D. Biết rằng vận tốc trên đường sắt là v_1 và trên đường bộ là v_2 ($v_1 < v_2$). Hãy xác định phương án chọn địa điểm C để thời gian vận chuyển hàng từ cảng A đến cảng D là ngắn nhất?

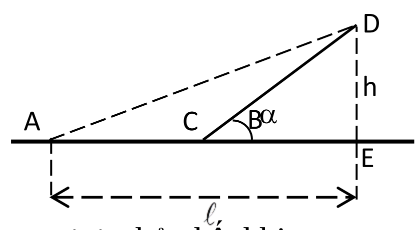


Hướng dẫn giải

Gọi t là thời gian vận chuyển hàng hóa từ cảng A đến cảng D.

Thời gian t là: t = $\dfrac{AC}{v_1} + \dfrac{CD}{v_2} = \dfrac{AE-CE}{v_1} + \dfrac{CD}{v_2} =$

$$= \frac{\ell - \dfrac{h}{\tan\alpha}}{v_1} + \frac{\dfrac{h}{\sin\alpha}}{v_2} = \frac{\ell - h.\cot\alpha}{v_1} - \frac{h}{v_2\sin\alpha}$$



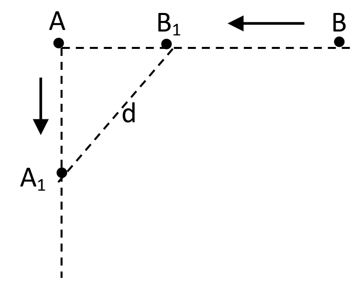
Xét hàm số $t(\alpha) = \dfrac{\ell - h.\cot\alpha}{v_1} - \dfrac{h}{v_2\sin\alpha}$. Ứng dụng Đạo hàm ta được $t(\alpha)$ nhỏ nhất khi

$\cos\alpha = \dfrac{v_2}{v_1}$. Vậy để t nhỏ nhất ta chọn C sao cho $\cos\alpha = \dfrac{v_2}{v_1}$.

Câu 6: Hai con tàu đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 5 hải lý. Đồng thời cả hai tàu cùng khởi hành một chạy về hướng Nam với 6 hải lý/giờ còn tàu kia chạy về vị trí hiện tại của tàu thứ nhất với vận tốc 7 hải lý/ giờ. Hãy xác định mà thời điểm mà khoảng cách của hai tàu là lớn nhất?

Hướng dẫn giải

Tại thời điểm t sau khi xuất phát, khoảng cách giữa hai tàu là d.



Ta có $d^2 = AB_1^2 + AA_1^2 = (5 - BB_1)^2 + AA_1^2 = (5 - 7.t)^2 + (6t)^2$

Suy ra d = d(t) $= \sqrt{85t^2 - 70t + 25}$.

Áp dụng Đạo hàm ta được d nhỏ nhất

khi $t = \dfrac{7}{17}$ (giờ), khi đó ta có d$\approx$3,25 Hải lý.

Câu 7: Cho hình chữ nhật có diện tích bằng $100(cm^2)$. Hỏi mỗi kích thước của nó bằng bao nhiêu để chu vi của nó nhỏ nhất?

A. $10cm \times 10cm$ **B.** $20cm \times 5cm$ **C.** $25cm \times 4cm$ **D.** Đáp án khác

Hướng dẫn giải

Gọi chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật lần lượt là: $x(cm)$ và $y(cm)$ $(x, y > 0)$.

Chu vi hình chữ nhật là: $P = 2(x + y) = 2x + 2y$

Theo đề bài thì: $xy = 100$ hay $y = \dfrac{100}{x}$. Do đó: $P = 2(x + y) = 2x + \dfrac{200}{x}$ với $x > 0$

Đạo hàm: $P'(x) = 2 - \dfrac{200}{x^2} = \dfrac{2x^2 - 200}{x^2}$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x = 10$.

Lập bảng biến thiên ta được: $P_{\min} = 40$ khi $x = 10 \Rightarrow y = 10$.

Câu 8: Một lão nông chia đất cho con trai để người con canh tác riêng, biết người con sẽ được chọn miếng đất hình chữ nhật có chu vi bằng $800(m)$. Hỏi anh ta chọn mỗi kích thước của nó bằng bao nhiêu để diện tích canh tác lớn nhất?

A. $200m \times 200m$ **B.** $300m \times 100m$ **C.** $250m \times 150m$ **D.** Đáp án khác

Hướng dẫn giải

Gọi chiều dài và chiều rộng của miếng đất lần lượt là: $x(m)$ và $y(m)$ $(x, y > 0)$.

Diện tích miếng đất: $S = xy$

Theo đề bài thì: $2(x + y) = 800$ hay $y = 400 - x$. Do đó: $S = x(400 - x) = -x^2 + 400x$ với $x > 0$

Đạo hàm: $S'(x) = -2x + 400$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x = 200$.

Lập bảng biến thiên ta được: $S_{\max} = 40000$ khi $x = 200 \Rightarrow y = 200$.

Câu 9: Người ta muốn rào quanh một khu đất với một số vật liệu cho trước là 180 mét thẳng hàng rào. Ở đó người ta tận dụng một bờ giậu có sẵn để làm một cạnh của hàng rào và rào thành mảnh đất hình chữ nhật. Hỏi mảnh đất hình chữ nhật được rào có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $S_{max} = 3600m^2$ **B.** $S_{max} = 4000m^2$ **C.** $S_{max} = 8100m^2$ **D.** $S_{max} = 4050m^2$

Hướng dẫn giải

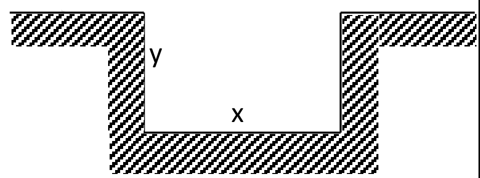
Gọi x là chiều dài cạnh song song với bờ giậu và y là chiều dài cạnh vuông góc với bờ giậu, theo bài ra ta có $x + 2y = 180$. Diện tích của miếng đất là $S = y(180 - 2y)$.

Ta có: $y(180-2y) = \frac{1}{2}\cdot 2y(180-2y) \le \frac{1}{2}\cdot\frac{(2y+180-2y)^2}{4} = \frac{180^2}{8} = 4050$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 2y = 180 - 2y \Leftrightarrow y = 45m$.

Vậy $S_{max} = 4050m^2$ khi $x = 90m, y = 45m$.

Câu 10: Trong lĩnh vực thuỷ lợi, cần phải xây dựng nhiều mương dẫn nước dạng "Thuỷ động học" (Ký hiệu diện tích tiết diện ngang của mương là S, ℓ là độ dài đường biên giới hạn của tiết diện này, ℓ - đặc trưng cho khả năng thấm nước của mương; mương được gọi là có dạng thuỷ động học nếu với S xác định, ℓ là nhỏ nhất). Cần xác định các kích thước của mương dẫn nước như thế nào để có dạng thuỷ động học? (nếu mương dẫn nước có tiết diện ngang là hình chữ nhật)



A. $x = \sqrt{4S}, y = \sqrt{\frac{S}{4}}$ **B.** $x = \sqrt{4S}, y = \sqrt{\frac{S}{2}}$ **C.** $x = \sqrt{2S}, y = \sqrt{\frac{S}{4}}$ **<u>D.</u>** $x = \sqrt{2S}, y = \sqrt{\frac{S}{2}}$

Hướng dẫn giải

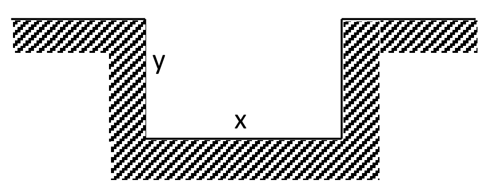
Gọi x, y lần lượt là chiều rộng, chiều cao của mương. Theo bài ra ta có: S = xy;

$\ell = 2y + x = \frac{2S}{x} + x$. Xét hàm số $\ell(x) = \frac{2S}{x} + x$. Ta có $\ell'(x) = \frac{-2S}{x^2} + 1 = \frac{x^2 - 2S}{x^2}$.

$\ell'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2S = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2S}$, khi đó y = $\frac{S}{x} = \sqrt{\frac{S}{2}}$.

Dễ thấy với x, y như trên thì mương có dạng thuỷ động học, vậy các kích thước của mương là $x = \sqrt{2S}$, y = $\sqrt{\frac{S}{2}}$ thì mương có dạng thuỷ động học

Câu 11: Trong lĩnh vực thuỷ lợi, cần phải xây dựng nhiều mương dẫn nước dạng "Thuỷ động học" (Ký hiệu diện tích tiết diện ngang của mương là S, ℓ là độ dài đường biên giới hạn của tiết diện này, ℓ - đặc trưng cho khả năng thấm nước của mương; mương được gọi là có dạng thuỷ động học nếu với S xác định, ℓ là nhỏ nhất).



Cần xác định các kích thước của mương dẫn nước như thế nào để có dạng thuỷ động học? (nếu mương dẫn nước có tiết diện ngang là hình chữ nhật)

A. $x=\sqrt{4S}, y=\sqrt{\frac{S}{4}}$ **B.** $x=\sqrt{4S}, y=\sqrt{\frac{S}{2}}$

C. $x=\sqrt{2S}, y=\sqrt{\frac{S}{4}}$ **D.** $x=\sqrt{2S}, y=\sqrt{\frac{S}{2}}$

Hướng dẫn giải

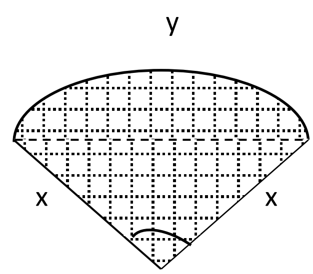
Gọi x, y lần lượt là chiều rộng, chiều cao của mương. Theo bài ra ta có: S = xy;

$\ell = 2y + x = \frac{2S}{x} + x$. Xét hàm số $\ell(x) = \frac{2S}{x} + x$. Ta có $\ell'(x) = \frac{-2S}{x^2} + 1 = \frac{x^2 - 2S}{x^2}$.

$\ell'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2S = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2S}$, khi đó y = $\frac{S}{x} = \sqrt{\frac{S}{2}}$.

Dễ thấy với x, y như trên thì mương có dạng thuỷ động học, vậy các kích thước của mương là $x = \sqrt{2S}$, y = $\sqrt{\frac{S}{2}}$ thì mương có dạng thuỷ động học

Câu 12: Người ta muốn làm một cánh diều hình quạt sao cho với chu vi cho trước là a sao cho diện tích của hình quạt là cực đại. Dạng của quạt này phải như thế nào?



A. $x=\frac{a}{4}; y=\frac{a}{2}$ **B.** $x=\frac{a}{3}; y=\frac{a}{3}$

C. $x=\frac{a}{6}; y=\frac{2a}{3}$ **D.** Đáp án khác

Hướng dẫn giải

Gọi x là bán kính hình quạt, y là độ dài cung tròn. Ta có chu vi cánh diều là $a=2x+y$. Ta cần tìm mối liên hệ giữa độ dài cung tròn y và bán kính x sao cho diện tích quạt lớn nhất.

Dựa vào công thức tính diện tích hình quạt là $S=\frac{\pi R^2\alpha}{360}$ và độ dài cung tròn $\ell = \frac{2\pi R\alpha}{360}$, ta có diện tích hình quạt là: $S=\frac{\ell R}{2}$. Vận dụng trong bài toán này diện tích cánh diều là:

$S=\frac{xy}{2}=\frac{x(a-2x)}{2}=\frac{1}{4}2x(a-2x)$.

Dễ thấy S cực đại $\Leftrightarrow 2x=a-2x \Leftrightarrow x=\frac{a}{4} \Rightarrow y=\frac{a}{2}$. Như vậy với chu vi cho trước, diện tích của hình quạt cực đại khi bán kính của nó bằng nửa độ dài cung tròn.

Câu 13: Có một tấm gỗ hình vuông cạnh 200 cm. Cắt một tấm gỗ có hình tam giác vuông, có tổng của một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng hằng số 120cm từ tấm gỗ trên sao cho tấm gỗ hình tam giác vuông có diện tích lớn nhất. Hỏi cạnh huyền của tấm gỗ này là bao nhiêu?

A. $40cm$. **B.** $40\sqrt{3}cm$. **C.** $80cm$. **D.** $40\sqrt{2}cm$.

Hướng dẫn giải

Kí hiệu cạnh góc vuông $AB = x, 0 < x < 60$

Khi đó cạnh huyền $BC = 120 - x$, cạnh góc vuông kia là $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{120^2 - 240x}$

Diện tích tam giác ABC là: $S(x) = \frac{1}{2}x.\sqrt{120^2 - 240x}$. Ta tìm giá trị lớn nhất của hàm số này trên khoảng $(0;60)$

Ta có $S,(x) = \frac{1}{2}\sqrt{120^2 - 240x} + \frac{1}{2}x.\frac{-240}{2\sqrt{120^2 - 240x}} = \frac{14400 - 360x}{2\sqrt{120^2 - 240x}} \Rightarrow S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 40$

Lập bảng biến thiên ta có:

x	0 40 60
$S'(x)$	+ 0 −
$S(x)$	$S(40)$ ↗ ↘

Tam giác ABC có diện tích lớn nhất khi $BC = 80$ Từ đó chọn đáp án C

Câu 14: Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính $10cm$, biết một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc trên đường kính của đường tròn.

A. $80cm^2$ **B.** $100cm^2$ **C.** $160cm^2$ **D.** $200cm^2$

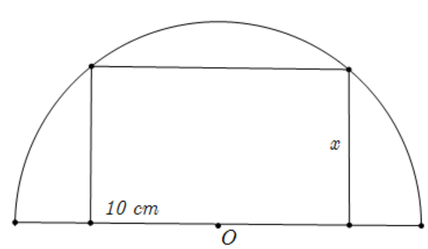
Hướng dẫn giải

Gọi $x(cm)$ là độ dài cạnh hình chữ nhật không nằm dọc theo đường kính đường tròn $0 < x < 10$.

Khi đó độ dài cạnh hình chữ nhật nằm dọc trên đường tròn là: $2\sqrt{10^2 - x^2}$ cm .

Diện tích hình chữ nhật: $S = 2x\sqrt{10^2 - x^2}$

Ta có $S' = 2\sqrt{10^2 - x^2} - \frac{2x^2}{\sqrt{10^2 - x^2}} = 2.10^2 - 4x^2$

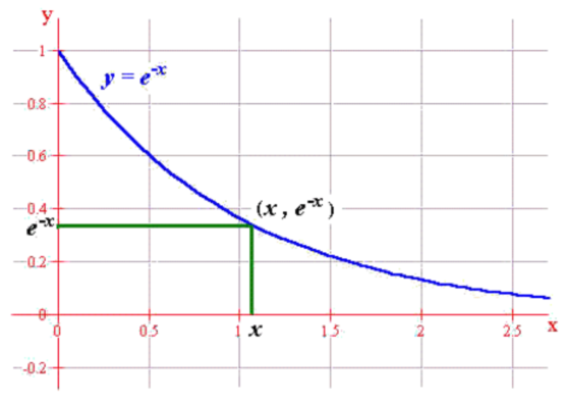


$$S' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = \frac{10\sqrt{2}}{2} & \text{thỏa} \\ x = -\frac{10\sqrt{2}}{2} & \text{không thỏa} \end{array}\right.$$

$S'' = -8x \Rightarrow S''\left(\frac{10\sqrt{2}}{2}\right) = -40\sqrt{2} < 0$. Suy ra $x = \frac{10\sqrt{2}}{2}$ là điểm cực đại của hàm $S\ \ x$.

Vậy diện tích lớn nhất của hình chữ nhật là: $S = 10\sqrt{2}.\sqrt{10^2 - \frac{10^2}{2}} = 100\ \ cm^2$

Câu 15: Một máy tính được lập trình để vẽ một chuỗi các hình chữ nhật ở góc phần tư thứ nhất của trục tọa độ Oxy nội tiếp dưới đường cong y=e^{-x}. Hỏi diện tích lớn nhất của hình chữ nhật có thể được vẽ bằng cách lập trình trên



A. 0,3679 (đvdt) **B.** 0,3976 (đvdt)
C. 0,1353(đvdt) **D** 0,5313(đvdt)

Hướng dẫn giải

Diện tích hình chữ nhật tại điểm x là S = xe^{-x}

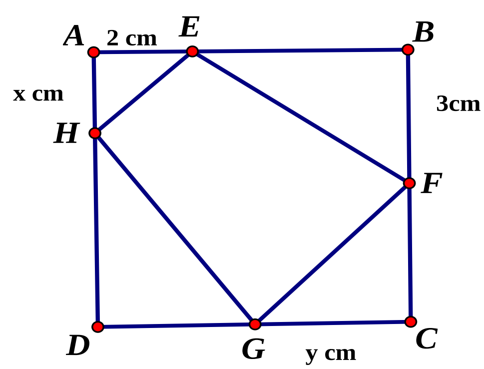
$S'(x) = e^{-x}(1-x)$

$S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Dựa vào bảng biến thiên ta có Smax = $e^{-1} \simeq 0,3679$ khi x=1

Đáp án A

Câu 16: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 6 cm. Người ta muốn cắt một hình thang như hình vẽ. Tìm tổng x + y để diện tích hình thang EFGH đạt giá trị nhỏ nhất.



A. 7 **B.** 5 **C.** $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ **D.** $4\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có S_{EFGH} nhỏ nhất $\Leftrightarrow S = S_{AEH} + S_{CGF} + S_{DGH}$ lớn nhất.

Tính được $2S = 2x + 3y + (6-x)(6-y) = xy - 4x - 3y + 36$ (1)

Mặt khác ΔAEH đồng dạng ΔCGF nên $\frac{AE}{CG} = \frac{AH}{CF} \Rightarrow xy = 6$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $2S = 42 - (4x + \frac{18}{x})$. Ta có 2S lớn nhất khi và chỉ khi $4x + \frac{18}{x}$ nhỏ nhất.

Biểu thức $4x + \frac{18}{x}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow 4x = \frac{18}{x} \Rightarrow x = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = 2\sqrt{2}$. Vậy đáp án cần chọn là **C.**

Câu 17: Có một tấm nhôm hình vuông cạnh $12cm$. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(cm)$ rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hình hộp nhận được có thể tích lớn nhất.

A. $x = 6$ **B.** $x = 3$ **C.** $x = 2$ **D.** $x = 4$

Hướng dẫn giải

Độ dài cạnh đáy của cái hộp: $12 - 2x$. Diện tích đáy của cái hộp: $(12-2x)^2$.

Thể tích cái hộp là: $V = (12-2x)^2.x = 4x^3 - 48x^2 + 144x$ với $x \in (0;6)$

Ta có: $V'(x) = 12x^3 - 96x^2 + 144x$. Cho $V'(x) = 0$, giải và chọn nghiệm $x = 2$.

Lập bảng biến thiên ta được $V_{\max} = 128$ khi $x = 2$.

Câu 18: Một Bác nông dân cần xây dựng một hố ga không có nắp dạng hình hộp chữ nhật có thể tích $3200cm^3$, tỉ số giữa chiều cao của hố và chiều rộng của đáy bằng 2. Hãy xác định diện tích của đáy hố ga để khi xây tiết kiệm nguyên vật liệu nhất?

A. $1200cm^2$ **B.** $160cm^2$ **C.** $1600cm^2$ **D.** $120cm^2$

Hướng dẫn giải

Gọi $x, y \ (x, y > 0)$ lần lượt là chiều rộng, chiều dài của đáy hố ga.

Gọi h là chiều cao của hố ga ($h > 0$). Ta có $\frac{h}{x} = 2 => h = 2x$ 1

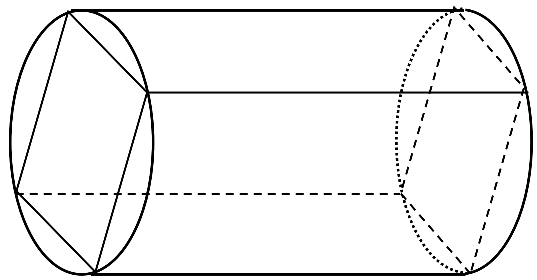
suy ra thể tích của hố ga là : $V = xyh = 3200 => y = \frac{3200}{xh} = \frac{1600}{x^2}$ 2

Diện tích toàn phần của hố ga là:

$$S = 2xh + 2yh + xy = 4x^2 + \frac{6400}{x} + \frac{1600}{x} = 4x^2 + \frac{8000}{x} = f(x)$$

Khảo sát hàm số $y = f(x),\ x > 0$ suy ra diện tích toàn phần của hố ga nhỏ nhất bằng $1200cm^2$ khi $x = 10\,cm => y = 16cm$ Suy ra diện tích đáy của hố ga là $10.16 = 160cm^2$

Câu 19: Người ta phải cưa một thân cây hình trụ có đường kính $1m$, chiều dài $8m$ để được một cây xà hình khối chữ nhật như hình vẽ. Hỏi thể tích cực đại của khối gỗ sau khi cưa xong là bao nhiêu?



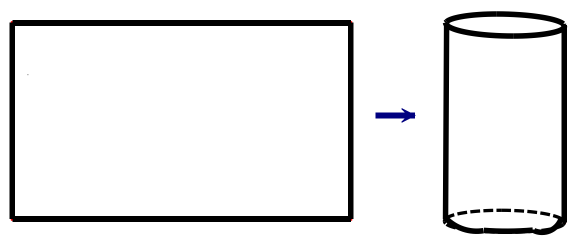
A. $4m^3$ **B.** $2m^3$ **C.** $4\sqrt{3}m^3$ **D.** $2\sqrt{3}m^3$

Hướng dẫn giải

Gọi $x,y(m)$ là các cạnh của tiết diện. Theo Định lí Pitago ta có: $x^2+y^2=1^2$ (đường kính của thân cây là $1m$). Thể tích của cây xà sẽ cực đại khi diện tích của tiết diện là cực đại, nghĩa là khi $x.y$ cực đại. Ta có: $x^2+y^2\ge 2xy\Rightarrow xy\le\frac{1}{2}$. Dấu "=" xảy ra khi $x=y=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Thể tích khối gỗ sau khi cưa xong: $V=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot 8=4m^3$ (tiết diện là hình vuông).

Câu 20: Bạn An là một học sinh lớp 12, bố bạn là một thợ hàn. Bố bạn định làm một chiếc thùng hình trụ từ một mảnh tôn có chu vi 120 cm theo cách dưới đây:Bằng kiến thức đã học em giúp bố bạn chọn mảnh tôn để làm được chiếc thùng có thể tích lớn nhất, khi đó chiều dài, rộng của mảnh tôn lần lượt là:



A. $35cm;25cm$ **B.** $40cm;20cm$ **C.** $50cm;10cm$ **D.** $30cm;30cm$

Hướng dẫn giải

Gọi một chiều dài là $x\ cm$ $(0<x<60)$, khi đó chiều còn lại là $60-x\ cm$, giả sử quấn cạnh có chiều dài là x lại thì bán kính đáy là $r=\frac{x}{2\pi};h=60-x$. Ta có: $V=\pi r^2.h=\frac{-x^3+60x^2}{4\pi}$.

Xét hàm số: $f(x)=-x^3+60x^2, x\in 0;60$

$$f'(x)=-3x^2+120x; f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=40\end{array}\right.$$

Lập bảng biến thiên, ta thấy $f(x)=-x^3+60x^2, x\in 0;60$ lớn nhất khi *x=40. 60-x=20*. Khi đó chiều dài là 40 cm; chiều rộng là 20 cm. **Chọn đáp án B**

Câu 21: Một xưởng cơ khí nhận làm những chiếc thùng phi với thể tích theo yêu cầu là 2000π lít mỗi chiếc. Hỏi bán kính đáy và chiều cao của thùng lần lượt bằng bao nhiêu để tiết kiệm vật liệu nhất?

A. $1m$ và $2m$ **B.** $1dm$ và $2dm$ **C.** $2m$ và $1m$ **D.** $2dm$ và $1dm$

Hướng dẫn giải

Đổi $2000\pi(lit)=2\pi(m^3)$. Gọi bán kính đáy và chiều cao lần lượt là $x(m)$ và $h(m)$.

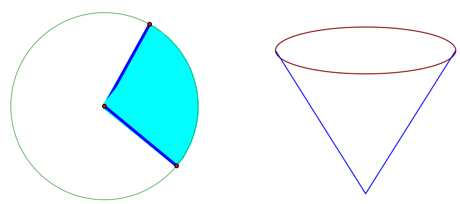
Ta có thể tích thùng phi $V=\pi x^2.h=2\pi \Rightarrow h=\frac{2}{x^2}$

Vật liệu tỉ lệ thuận với diện tích toàn phần nên ta chỉ cần tìm x để diện tích toàn phần bé nhất.

$S_{tp}=2\pi x^2+2\pi x.h=2\pi x(x+\frac{2}{x^2})=2\pi(x^2+\frac{2}{x})$

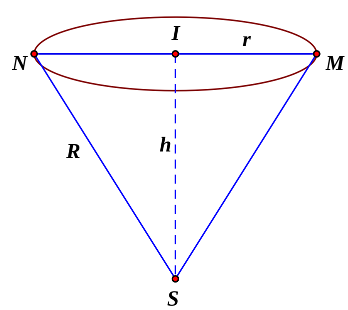
Đạo hàm lập BBT ta tìm đc $f(x)$ GTNN tại $x=1$, khi đó $h=2$.

Câu 22: Với một miếng tôn hình tròn có bán kính bằng R = 6cm. Người ta muốn làm một cái phễu bằng cách cắt đi một hình quạt của hình tròn này và gấp phần còn lại thành hình nón (Như hình vẽ). Hình nón có thể tích lớn nhất khi người ta cắt cung tròn của hình quạt bằng



A. $\pi\sqrt{6}$ cm **B.** $6\pi\sqrt{6}$ cm **C.** $2\pi\sqrt{6}$ cm **D.** $8\pi\sqrt{6}$ cm

Hướng dẫn giải



Gọi x (x>0) là chiều dài cung tròn của phần được xếp làm hình nón.
Như vậy, bán kính R của hình tròn sẽ là đường sinh của hình nón và đường tròn đáy của hình nón sẽ có độ dài là x.

Bán kính r của đáy được xác định bởi đẳng thức $2\pi r = x \Rightarrow r = \frac{x}{2\pi}$.

Chiều cao của hình nón tính theo Định lý Pitago là: h = $\sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}$.

Thể tích của khối nón: $V = \frac{1}{3}\pi r^2.H = \frac{\pi}{3}\left(\frac{x}{2\pi}\right)^2\sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}$.

Áp dụng Bất đẳng thức Côsi ta có:

$$V^2 = \frac{4\pi^2}{9}.\frac{x^2}{8\pi^2}.\frac{x^2}{8\pi^2}.(R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}) \le \frac{4\pi^2}{9}\left(\frac{\frac{x^2}{8\pi^2} + \frac{x^2}{8\pi^2} + R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}{3}\right)^3 = \frac{4\pi^2}{9}.\frac{R^6}{27}$$

Do đó V lớn nhất khi và chỉ khi $\frac{x^2}{8\pi^2} = R^2 - \frac{x^2}{4\pi} \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3}R\sqrt{6} \Leftrightarrow x = 6\sqrt{6}\pi$

Câu 23: Với một đĩa tròn bằng thép tráng có bán kính $R = \sqrt{6}m$ phải làm một cái phễu bằng cách cắt đi một hình quạt của đĩa này và gấp phần còn lại thành hình tròn. Cung tròn của hình quạt bị cắt đi phải bằng bao nhiêu độ để hình nón có thể tích cực đại?

A. $\approx 66^\circ$ **B.** $\approx 294^\circ$ **C.** $\approx 12,56^\circ$ **D.** $\approx 2,8^\circ$

Hướng dẫn giải

Ta có thể nhận thấy đường sinh của hình nón là bán kính của đĩa tròn. Còn chu vi đáy của hình nón chính là chu vi của đĩa trừ đi độ dài cung tròn đã cắt. Như vậy ta tiến hành giải chi tiết như sau:

Gọi $x(m)$ là độ dài đáy của hình nón (phần còn lại sau khi cắt cung hình quạt của dĩa).

Khi đó $x = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{x}{2\pi}$

Chiều cao của hình nón tính theo định lí PITAGO là $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}$

Thể tích khối nón sẽ là : $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi\frac{x^2}{4\pi^2}\sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}$

Đến đây các em đạo hàm hàm $V(x)$ tìm được GTLN của $V(x)$ đạt được khi

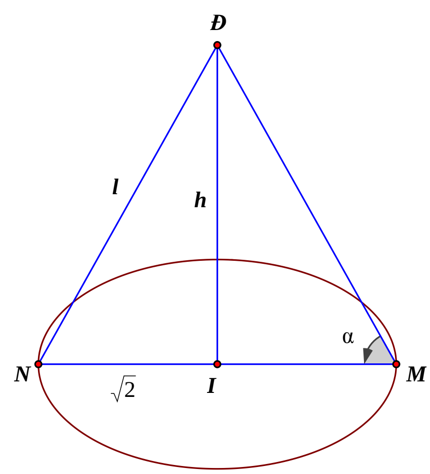
$x = \frac{2\pi}{3}R\sqrt{6} = 4\pi$

Suy ra độ dài cung tròn bị cắt đi là : $2\pi R - 4\pi \Rightarrow \alpha = \frac{2\sqrt{6}\pi - 4\pi}{2\sqrt{6}\pi}360^0 \approx 66^0$

Câu 24: Nhà Nam có một chiếc bàn tròn có bán kính bằng $\sqrt{2}$ m. Nam muốn mắc một bóng điện ở phía trên và chính giữa chiếc bàn sao cho mép bàn nhận được nhiều ánh sáng nhất. Biết rằng cường độ sáng C của bóng điện được biểu thị bởi công thức $C = c\dfrac{\sin\alpha}{l^2}$ (
α là góc tạo bởi tia sáng tới mép bàn và mặt bàn
c - hằng số tỷ lệ chỉ phụ thuộc vào nguồn sáng
l khoảng cách từ mép bàn tới bóng điện) . Khoảng cách nam cần treo bóng điện tính từ mặt bàn là

A. 1m **B.** 1.2m **C.** 1.5 m **D.** 2m

Hướng dẫn giải



Gọi h là độ cao của bóng điện so với mặt bàn (h > 0); Đ là bóng điện; I là hình chiếu của Đ lên mặt bàn. MN là đường kính của mặt bàn.(như hình vẽ)

Ta có $\sin\alpha = \dfrac{h}{l}$ và $h^2 = l^2 - 2$, suy ra cường độ sáng là: $C(l) = c\dfrac{\sqrt{l^2-2}}{l^3}$ $(l > \sqrt{2})$.

$$C'(l) = c.\frac{6-l^2}{l^4.\sqrt{l^2-2}} > 0\left(\forall l > \sqrt{2}\right)$$

$$C'(l) = 0 \Leftrightarrow l = \sqrt{6}\left(l > \sqrt{2}\right)$$

Lập bảng biến thiên ta thu được kết quả C lớn nhất khi $l = \sqrt{6}$, khi đó $h = 2$

Câu 25: Nhân ngày phụ nữ Việt Nam 20 -10 năm 2017 , ông A quyết định mua tặng vợ một món quà và đặt nó vào trong một chiếc hộp có thể tích là 32 (đvtt) có đáy hình vuông và không có nắp . Để món quà trở nên thật đặc biệt và xứng đáng với giá trị của nó ông quyết định mạ vàng cho chiếc hộp , biết rằng độ dạy lớp mạ tại mọi điểm trên hộp là như nhau . Gọi chiều cao và cạnh đáy của chiếc hộp lần lượt là $h;x$. Để lượng vàng trên hộp là nhỏ nhất thì giá trị của $h;x$ phải là ?

A. $x=2;h=4$ **B.** $x=4;h=2$ **C.** $x=4;h=\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $x=1;h=2$

Hướng dẫn giải

Ta có $\begin{cases} S=4xh+x^2 \\ V=x^2h\to h=\dfrac{V}{x^2}=\dfrac{32}{x^2} \end{cases}\Rightarrow S=4x.\dfrac{32}{x^2}+x^2=\dfrac{128}{x}+x^2$, để lượng vàng cần dùng là nhỏ nhất thì Diện tích S phải nhỏ nhất ta có

$S=\dfrac{128}{x}+x^2=f(x)\to f'(x)=2x-\dfrac{128}{x^2}=0\Rightarrow x=4$, $h=2$

Chọn đáp án B

Câu 26: Một người có một dải ruy băng dài 130cm, người đó cần bọc dải ruy băng đó quanh một hộp quà hình trụ. Khi bọc quà, người này dùng 10cm của dải ruy băng để thắt nơ ở trên nắp hộp (như hình vẽ minh họa). Hỏi dải dây duy băng có thể bọc được hộp quà có thể tích lớn nhất là là nhiêu ?

A. $4000\pi\ cm^3$ **B.** $1000\pi\ cm^3$ **C.** $2000\pi\ cm^3$ **D.** $1600\pi\ cm^3$

Hướng dẫn giải

Gọi $x(cm);y(cm)$ lần lượt là bán kính đáy và chiều của hình trụ $(x,y>0;x<30)$.

Dải dây duy băng còn lại khi đã thắt nơ là: $120\,cm$

Ta có $(2x+y).4=120\Leftrightarrow y=30-2x$

Thể tích khối hộp quà là: $V=\pi x^2.y=\pi x^2(30-2x)$

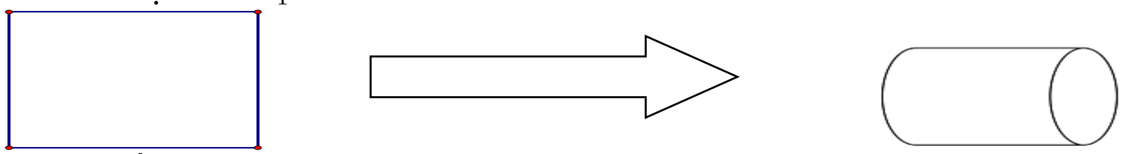
Thể tích V lớn nhất khi hàm số $f(x)=x^2(30-2x)$ với $0<x<30$ đạt giá trị lớn nhất.

$f'(x)=-6x^2+60x$, cho $f'(x)=-6x^2+60x=0\Rightarrow x=10$

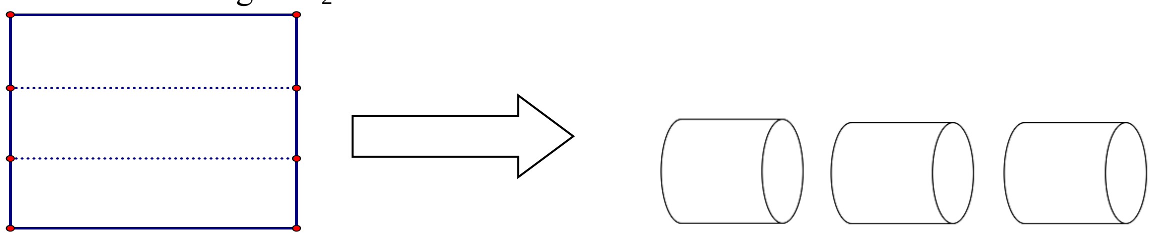
Lập bảng biến thiên, ta thấy thể tích đạt giá trị lớn nhất là $V=1000\pi(\text{cm}^3)$.

Câu 27: Có một miếng nhôm hình vuông, cạnh là 3dm, một người dự tính tạo thành các hình trụ (không đáy) theo hai cách sau:

Cách 1: gò hai mép hình vuông để thành mặt xung quanh của một hình trụ, gọi thể tích là của khối trụ đó là V_1



Cách 2: cắt hình vuông ra làm ba, và gò thành mặt xung quanh của ba hình trụ, gọi tổng thể tích của chúng là V_2.



Khi đó, tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ là:

A. 3 **B.** 2 **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{1}{3}$

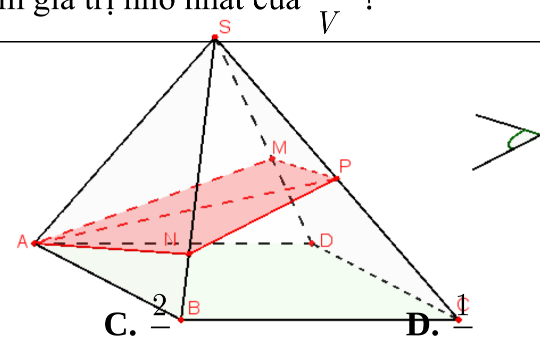
Hướng dẫn giải

.Gọi R_1 là bán kính đáy của khối trụ thứ nhất, có $2\pi R_1 = 3 \Rightarrow R_1 = \frac{3}{2\pi} \Rightarrow V_1 = \pi R_1^2 h = \frac{27}{4\pi}$

. Gọi R_1 là bán kính đáy của khối trụ thứ nhất, có $2\pi R_2 = 1 \Rightarrow R_1 = \frac{1}{2\pi} \Rightarrow V_2 = 3\pi R_1^2 h = \frac{9}{4\pi}$

Vậy đáp án là **A**.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V . Điểm P là trung điểm của SC một mặt phẳng qua AP cắt hai cạnh SD và SB lần lượt tại M và N .Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$?



A. $\frac{3}{8}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{1}{8}$

Hướng dẫn giải

Đặt $x = \frac{SM}{SD}; y = \frac{SN}{SB}, (0 < x, y \leq 1)$ khi đó ta có : $V_{SABC} = V_{SADC} = V_{SABD} = V_{SBCD} = \frac{V}{2}$

Ta có :

$$\frac{V_1}{V}=\frac{V_{SAMPN}}{V}=\frac{V_{SAMP}+V_{SANP}}{V}=\frac{V_{SAMP}}{2V_{SADC}}+\frac{V_{SANP}}{2V_{SABC}}=\frac{1}{2}\left(\frac{SM}{SD}.\frac{SP}{SC}+\frac{SN}{SB}\frac{SP}{SC}\right)=\frac{1}{4}\quad x+y \quad 1$$

Lại có : $\frac{V_1}{V}=\frac{V_{SAMPN}}{V}=\frac{V_{SAMN}}{2V_{SABD}}+\frac{V_{SMNP}}{2V_{SBCD}}=\frac{1}{2}\left(xy+\frac{1}{2}xy\right)=\frac{3}{4}xy \quad 2$

Từ (1) và (2) suy ra : $\frac{1}{4}\quad x+y \quad =\frac{3}{4}xy\Rightarrow y=\frac{x}{3x-1}$ do

$0<y\le 1=>\frac{x}{3x-1}\le 1\Rightarrow x\ge\frac{1}{2}$

Từ (2) suy ra $\frac{V_1}{V}=\frac{3}{4}.xy=\frac{3}{4}.x\frac{x}{3x-1}=\frac{3x^2}{4\quad 3x-1}=\frac{3}{4}f(x),\left(\frac{1}{2}\le x\le 1\right)$

Khảo sát hàm số $y=f(x),\left(\frac{1}{2}\le x\le 1\right)=>\min_{x\in\left(\frac{1}{2}\le x\le 1\right)}f(x)=f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{9}=>\frac{V_1}{V}=\frac{1}{3}$

Câu 29: Một người nọ đem gửi tiết kiệm ở một ngân hàng với lãi suất là 12% năm. Biết rằng cứ sau mỗi một quý (3 tháng) thì lãi sẽ được cộng dồn vào vốn gốc. Hỏi sau tối thiểu bao nhiêu năm thì người đó nhận lại được số tiền, bao gồm cả vốn lẫn lãi gấp ba lần số tiền ban đầu.

A. 8 **B.** 9 **C.** 10 **D.**11

Hướng dẫn giải

Gọi số tiền người đó gửi là A, lãi suất mỗi quý là 0,03

Sau n quý, tiền mà người đó nhận được là: $A(1+0,03)^n$

. ycbt $\Leftrightarrow A(1+0,03)^n=3A\Leftrightarrow n=\log_{1,03}3\approx 37,16$

Vậy số năm tối thiểu là xấp xỉ 9,29 năm. Vậy đáp án là **C**.

Câu 30: Ông Năm gửi 320 triệu đồng ở hai ngân hàng X và Y theo phương thức lãi kép. Số tiền thứ nhất gửi ở ngân hàng X với lãi suất 2,1% một quý trong thời gian 15 tháng. Số tiền còn lại gửi ở ngân hàng Y với lãi suất 0,73% một tháng trong thời gian 9 tháng. Tổng lợi tức đạt được ở hai ngân hàng là 27507768,13 (chưa làm tròn). Hỏi số tiền ông Năm lần lượt gửi ở ngân hàng X và Y là bao nhiêu?

A. 140 triệu và 180 triệu. **B.** 180 triệu và 140 triệu.

C. 200 triệu và 120 triệu. **D.** 120 triệu và 200 triệu.

Hướng dẫn giải

Tổng số tiền cả vốn và lãi (lãi chính là lợi tức) ông Năm nhận được từ cả hai ngân hàng là $347,50776813$ triệu đồng. Gọi x (triệu đồng) là số tiền gửi ở ngân hàng X, khi đó $320-x$ (triệu đồng) là số tiền gửi ở ngân hàng Y.

Theo giả thiết ta có: $x(1+0,021)^5+(320-x)(1+0,0073)^9=347,50776813$

Ta được $x=140$. Vậy ông Năm gửi 140 triệu ở ngân hàng X và 180 triệu ở ngân hàng Y.

Đáp án: A.

Câu 31: Một bà mẹ Việt Nam anh hùng được hưởng số tiền là 4 triệu đồng trên một tháng (chuyển vào tại khoản của mẹ ở ngân hàng vào đầu tháng). Từ tháng 1 năm 2016 mẹ không đi rút tiền mà để lại ngân hàng và được tính lãi suất 1% trên một tháng. Đến đầu tháng 12 năm 2016 mẹ rút toàn bộ số tiền (gồm số tiền của tháng 12 và số tiền đã gửi từ tháng 1). Hỏi khi đó mẹ lĩnh về bao nhiêu tiền? (Kết quả làm tròn theo đơn vị nghìn đồng).

A. 50 triệu 730 nghìn đồng **B.** 48 triệu 480 nghìn đồng

C. 53 triệu 760 nghìn đồng **D.** 50 triệu 640 nghìn đồng

Hướng dẫn giải

Số tiền tháng 1 mẹ được nhận là 4 triệu, gửi đến đầu tháng 12 (được 11 kỳ hạn), vậy cả vốn lẫn lãi do số tiền tháng 1 nhận sinh ra là: $4.(1+\frac{1}{100})^{11}=4\times1,01^{11}$ (triệu đồng).

Tương tự số tiền tháng 2 nhận sẽ sinh ra: $4\times1,01^{10}$ (triệu đồng)

....

Số tiền tháng 12 mẹ lĩnh luôn nên là: 4 (triệu đồng).

Vậy tổng số tiền mẹ lĩnh là: $4\times1,01^{11}+4\times1,01^{10}+...+4\times1,01+4=4\frac{1-1,01^{12}}{1-1,01}\approx50,730$ (50 triệu 730 nghìn đồng). Đáp án A.

Câu 32: Một Bác nông dân vừa bán một con trâu được số tiền là 20.000.000 (đồng) .Do chưa cần dùng đến số tiền nên Bác nông dân mang toàn bộ số tiền đó đi gửi tiết kiệm loại kỳ hạn 6 tháng vào ngân hàng với lãi suất 8.5% một năm thì sau 5 năm 8 tháng Bác nông dân nhận được bao nhiêu tiền cả vốn lẫn lãi .Biết rằng Bác nông dân đó không rút cả vốn lẫn lãi tất cả các định kì trước và nếu rút trước thời hạn thì ngân hàng trả lãi suất theo loại không kì hạn 0.01% một ngày (1 tháng tính 30 ngày)

A. $31802750,09$ đồng **B.** $30802750,09$ đồng

C. $32802750,09$ đồng **D.** $33802750,09$ đồng

Hướng dẫn giải

Một kì hạn 6 tháng có lãi suất là $\frac{8.5\%}{12}.6=\frac{4.25}{100}$. Sau 5 năm 6 tháng (có nghĩa là 66 tháng tức là 11 kỳ hạn) , số tiền cả vốn lẫn lãi Bác nôn dân nhận được là :

$A=20000000.\left(1+\frac{4.25}{100}\right)^{11}$ (đồng).Vì 5 năm 8 tháng thì có 11 kỳ hạn và dư 2 tháng hay dư 60 ngày nên số tiền A được tính lãi suất không kỳ hạn trong 60 ngày là :

$B = A.\dfrac{0.01}{100}.60 = 120000.\left(1+\dfrac{4.25}{100}\right)^{11}$ (đồng). Suy ra sau 5 năm 8 tháng số tiền bác nông dân nhận được là

$C = A + B = 20000000.\left(1+\dfrac{4.25}{100}\right)^{11} + 120000.\left(1+\dfrac{4.25}{100}\right)^{11} = 31802750,09$ đồng

Câu 33: Bác B gửi tiết kiệm số tiền ban đầu là 20 triệu đồng theo kỳ hạn 3 tháng với lãi suất 0,72%/tháng. Sau một năm bác B rút cả vốn lẫn lãi và gửi lại theo kỳ hạn 6 tháng với lãi suất 0,78%/tháng. Sau khi gửi được đúng một kỳ hạn 6 tháng do gia đình có việc nên bác gửi thêm một số tháng nữa thì phải rút tiền trước kỳ hạn cả gốc lẫn lãi được số tiền là 232638449 đồng (chưa làm tròn). Biết rằng khi rút tiền trước thời hạn lãi suất được tính theo lãi suất không kỳ hạn tức tính theo hàng tháng. Trong một số tháng bác gửi thêm lãi suất là:

A. 0,4% **B.** 0,3% **C.** 0,5% **D.** 0,6%

Hướng dẫn giải

. Gửi được 1 năm coi như gửi được 4 kỳ hạn 3 tháng; thêm một kỳ hạn 6 tháng số tiền khi đó là: $20000000.\ 1+0,72.3:100\ ^{4}\ 1+0,78.6:100$

. Giả sử lãi suất không kỳ hạn là A%; gửi thêm B tháng khi đó số tiền là:

$20000000.\ 1+0,72.3:100\ ^{4}\ 1+0,78.6:100\ \ 1+A:100\ ^{B} = 23263844,9$

. Lưu ý: $1 \le B \le 5$ và B nguyên dương, nhập máy tính:

$20000000.\ 1+0,72.3:100\ ^{4}\ 1+0,78.6:100\ \ 1+A:100\ ^{B} - 23263844,9$ thử với $A = 0,3$ rồi thử B từ 1 đến 5, sau đó lại thử $A = 0,5$ rồi thử B từ 1 đến 5, ... cứ như vậy đến bao giờ kết quả đúng bằng 0 hoặc xấp xỉ bằng 0 thì chọn.

Kết quả: $A = 0,5; B = 4$ **chọn C**

Câu 34: Cho biết chu kì bán hủy của chất phóng xạ Plutôni Pu^{239} là 24360 năm (tức là một lượng Pu^{239} sau 24360 năm phân hủy thì chỉ còn lại một nửa). Sự phân hủy được tính theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là lượng chất phóng xạ ban đầu, r là tỉ lệ phân hủy hàng năm (r<0), t là thời gian phân hủy, S là lượng còn lại sau thời gian phân hủy t. Hỏi sau bao nhiêu năm thì 10 gam Pu^{239} sẽ phân hủy còn 1 gam có giá trị gần nhất với giá trị nào sau?

A. 82135 **B.** 82335 **C.** 82235 **D.** 82435

Hướng dẫn giải

Vì Pu^{239} có chu kì bán hủy là 24360 năm nên $e^{r24360} = \dfrac{S}{A} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow r \approx -0,000028$

$\Rightarrow$ Công thức phân hủy của Pu^{239} là $S = A.e^{-0,000028t}$

Theo giả thiết: $1 = 10.\ e^{-0,000028t} \Rightarrow t \approx 82235,18$ năm

Câu 35: Trong vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bởi công thức: $m(t)=m_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$, trong đó m_0 là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ (*tại thời điểm t = 0*); *T* là chu kì bán rã (*tức là khoảng thời gian để một nửa khối lượng chất phóng xạ bị biến thành chất khác*). Chu kì bán rã của Cabon ^{14}C là khoảng 5730 năm. Cho trước mẫu Cabon có khối lượng 100g. Hỏi sau khoảng thời gian *t* thì khối lượng còn bao nhiêu?

A. $m(t)=100.e^{-\frac{t\ln 2}{5730}}$ B. $m(t)=100.\left(\frac{1}{2}\right)^{5730}$ C. $m(t)=100\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{100t}{5730}}$ D. $m(t)=100.e^{-\frac{100t}{5730}}$

Hướng dẫn giải

Theo công thức $m\ t\ = m_0e^{-kt}$ ta có:

$$m\ 5730\ = \frac{100}{2} = 50 = 100.e^{-k.5730} \Leftrightarrow k = \frac{\ln 2}{5730} \text{ suy ra } m\ t\ = 100e^{-\frac{\ln 2}{5730}t}$$

Đáp án: A.

Câu 36: Trong vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bởi công thức: $m(t)=m_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$, trong đó m_0 là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ (*tại thời điểm t = 0*); *T* là chu kì bán rã (*tức là khoảng thời gian để một nửa khối lượng chất phóng xạ bị biến thành chất khác*). Chu kì bán rã của Cabon ^{14}C là khoảng 5730 năm. Người ta tìm được trong một mẫu đồ cổ một lượng Cabon và xác định được nó đã mất khoảng 25% lượng Cabon ban đầu của nó. Hỏi mẫu đồ cổ đó có tuổi là bao nhiêu?

A.2378 năm B. 2300 năm C. 2387 năm D. 2400 năm

Hướng dẫn giải

Giả sử khối lượng ban đầu của mẫu đồ cổ chứa Cabon là m_0, tại thời điểm t tính từ thời điểm ban đầu ta có:

$$m\ t\ = m_0e^{-\frac{\ln 2}{5730}t} \Leftrightarrow \frac{3m_0}{4} = m_0e^{-\frac{\ln 2}{5730}t} \Leftrightarrow t = \frac{5730\ln\left(\frac{3}{4}\right)}{-\ln 2} \approx 2378\,(\text{năm})$$

Đáp án: A.

Câu 37: Một công ty vừa tung ra thị trường sản phẩm mới và họ tổ chức quảng cáo trên truyền hình mỗi ngày. Một nghiên cứu thị trường cho thấy, nếu sau *x* quảng cáo được phát thì số % người xem mua sản phẩm là $P(x)=\frac{100}{1+49e^{-0.015x}}, x\ge 0$. Hãy tính số quảng cáo được phát tối thiểu để số người mua đạt hơn 75%.

A. 333 B. 343 C. 330 D. 323

Hướng dẫn giải

Khi có 100 quảng cáo phát ra thì tỉ lệ người xem mua sản phẩm là:

$$P\ 100\ = \frac{100}{1+49e^{-1.5}} \approx 9.3799\%$$

Khi có 200 quảng cáo phát ra thì tỉ lệ người xem mua sản phẩm là:

$$P\ 200\ = \frac{100}{1+49e^{-3}} \approx 29.0734\%$$

Khi có 500 quảng cáo phát ra thì tỉ lệ người xem mua sản phẩm là:

$$P\ 500\ = \frac{100}{1+49e^{-7.5}} \approx 97.3614\%$$

Đáp án: A.

Câu 38: Sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn được tính theo công thức $f(x)=Ae^{rx}$, trong đó .A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỷ lệ tăng trưởng $(r>0)$, x (tính theo giờ) là thời gian tăng trưởng. Biết số vi khuẩn ban đầu có 1000 con và sau 10 giờ là 5000 con. Hỏi sao bao lâu thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 10 lần

A. $5\ln 20$ (giờ) **B.** $5\ln 10$ (giờ) **C.** $10\log_5 10$ (giờ) **D.** $10\log_5 20$ (giờ)

Hướng dẫn giải

thời gian cần tìm là t. Ta có: 5000 = 1000. e^{10r} nên r = $\frac{\ln 5}{10}$.

Do đó, 10000 = 1000. e^{rt} suy ra t = $\frac{\ln 10}{r}=\frac{10\ln 10}{\ln 5}=10\log_5 10$ giờ nên chọn câu C.

Câu 39: Một vật di chuyển với gia tốc $a(t)=-20(1+2t)^{-2}\ (m/s^2)$. Khi $t=0$ thì vận tốc của vật là $30m/s$. Tính quảng đường vật đó di chuyển sau 2 giây (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị).

A. $S=106m$. **B.** $S=107m$. **C.** $S=108m$. **D.** $S=109m$.

Hướng dẫn giải

Ta có $v(t)=\int a(t)dt=\int -20(1+2t)^{-2}dt=\frac{10}{1+2t}+C$. Theo đề ta có

$v(0)=30 \Leftrightarrow C+10=30 \Leftrightarrow C=20$. Vậy quãng đường vật đó đi được sau 2 giây là:

$$S=\int_0^2\left(\frac{10}{1+2t}+20\right)dt=\left(5\ln(1+2t)+20t\right)\Big|_0^2=5\ln 5+100\approx 108m.$$

Câu 40:Một ô tô chạy với vận tốc 20m/s thì người lái xe đạp phanh còn được gọi là "thắng". Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-40t+20\ (m/s)$ Trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh . Quãng đường ô tô di chuyển từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là bao nhiêu?

A. 2m B.3m C.4m D. 5m

Hướng dẫn giải

Lấy mốc thời gian là lúc ô tô bắt đầu phanh (t = 0)

Gọi T là thời điểm ô tô dừng lại. Khi đó vận tốc lúc dừng là v(T) = 0

Vậy thời gian từ lúc đạp phanh đến lúc dừng là $v(T)=0 \Leftrightarrow -40T+20=0 \Leftrightarrow T=\frac{1}{2}$

Gọi s(t) là quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian T.

Ta có $v(t)=s'(t)$ suy ra s(t) là nguyên hàm của v(t)

Vây trong ½ (s) ô tô đi được quãng đường là :

$$\int_t^T v(t)dt=\int_0^{\frac{1}{2}}(-40t+20)dt=(-20t^2+20t)\Big|_0^{1/2}=5(m)$$

Câu 41: Một vật chuyển động với vận tốc v(t) (m/s) có gia tốc $a(t)=3t^2+t$ (m/s²). Vận tốc ban đầu của vật là 2 (m/s). Hỏi vận tốc của vật sau 2s .

A. 10 m/s B. 12 m/s C. 16 m/s D. 8 m/s.

Hướng dẫn giải

Ta có $v(\mathrm{t})=\int a(t)\,\mathrm{dt}=\int(3\mathrm{t}^2+\mathrm{t})\,\mathrm{dt}=t^3+\frac{t^2}{2}+C$ (m/s).

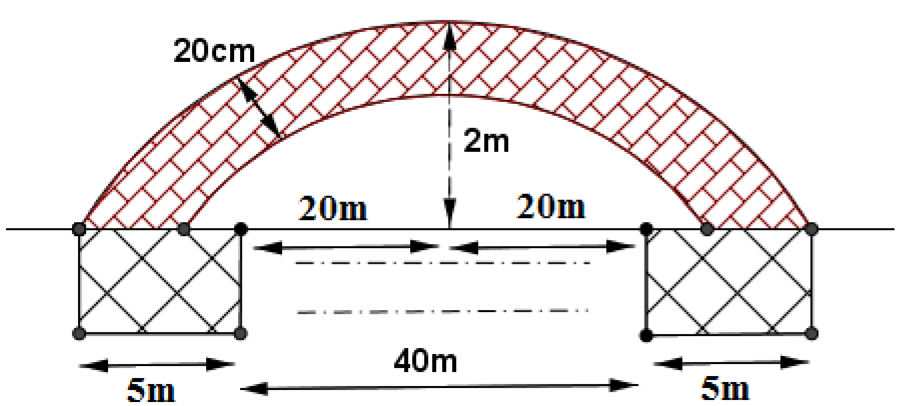
Vận tốc ban đầu của vật là 2 (m/s) $\Rightarrow v(0)=2 \Rightarrow \mathrm{C}=2$.

Vậy vận tốc của vật sau 2s là: $V(2)=2^3+\frac{2^2}{2}+2=12$ (m/s).

Đáp án B.

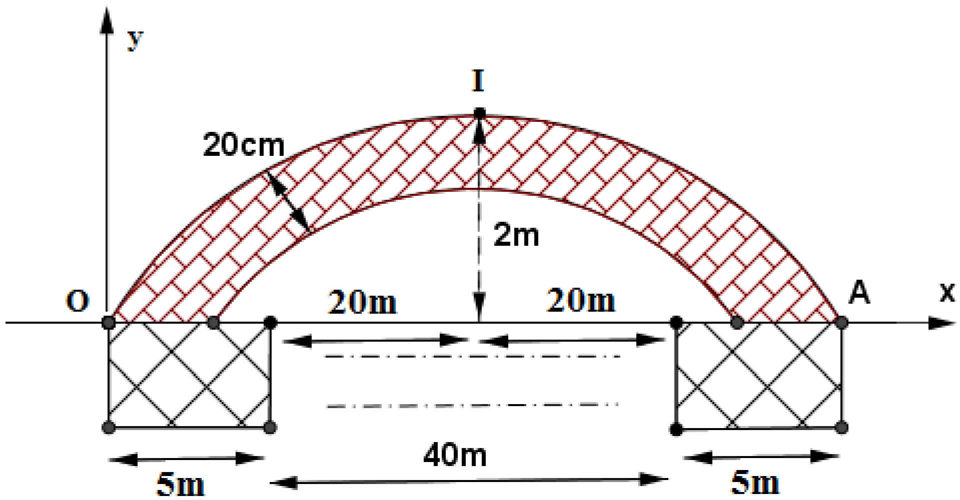
Câu 42: Thành phố định xây cây cầu bắc ngang con sông dài 500m, biết rằng người ta định xây cầu có 10 nhịp cầu hình dạng parabol,mỗi nhịp cách nhau 40m,biết 2 bên đầu cầu và giữa mối nhịp nối người ta xây 1 chân trụ rộng 5m. Bề dày nhịp cầu không đổi là 20cm. Biết 1 nhịp cầu như hình vẽ. Hỏi lượng bê tông để xây các nhịp cầu là bao nhiêu (bỏ qua diện tích cốt sắt trong mỗi nhịp cầu)

A: $20m^3$ B: $50m^3$ C: $40m^3$ D: $100m^3$



Hướng dẫn giải

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ với gốc O(0;0) là chân cầu (điểm tiếp xúc Parabol trên), đỉnh I(25; 2), điểm A(50;0) (điểm tiếp xúc Parabol trên với chân đế)



Gọi Parabol trên có phương trình (P_1): $y_1 = ax^2 + bx + c = ax^2 + bx$ (do (P) đi qua O)

$\Rightarrow y_2 = ax^2 + bx - \frac{20}{100} = ax^2 + bx - \frac{1}{5}$ là phương trình parabol dưới

Ta có (P_1) đi qua I và A $\Rightarrow (P_1): y_1 = -\frac{2}{625}x^2 + \frac{4}{25}x \Rightarrow y_2 = -\frac{2}{625}x^2 + \frac{4}{25}x - \frac{1}{5}$

Khi đó diện tích mỗi nhịp cầu là $S = 2S_1$ với S_1 là phần giới hạn bởi $y_1; y_2$ trong khoảng $(0;25)$

$$S = 2\left(\int_0^{0,2} (-\frac{2}{625}x^2 + \frac{4}{25}x)dx + \int_{0,2}^{25} \frac{1}{5}dx\right) \approx 9,9m^2$$

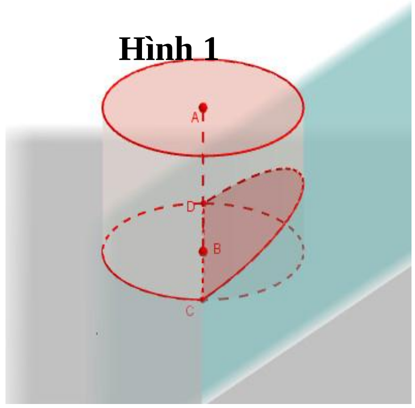
Vì bề dày nhịp cầu không đổi nên coi thể tích là tích diện tích và bề dày

$V = S.0,2 \approx 9,9.0,2 \approx 1,98m^3 \Rightarrow$ số lượng bê tông cần cho mỗi nhip cầu $\approx 2m^3$

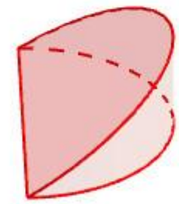
Vậy 10 nhịp cầu 2 bên cần $\approx 40m^3$ bê tông. Chọn đáp án C

Câu 43: Từ một khúc gỗ hình trụ có đường kính 30cm , người ta cắt khúc gỗ bởi một mặt phẳng đi qua đường kính đáy và nghiêng với đáy một góc 45^0 để lấy một hình nêm (xem hình minh họa dưới đây)

Hình 1



Hình 2



Kí hiệu V là thể tích của hình nêm (Hình 2).Tính V .

A. $V = 2250\left(cm^3\right)$ B. $V = \frac{225\pi}{4}\left(cm^3\right)$ C. $V = 1250\left(cm^3\right)$ D. $V = 1350\left(cm^3\right)$

Hướng dẫn giải

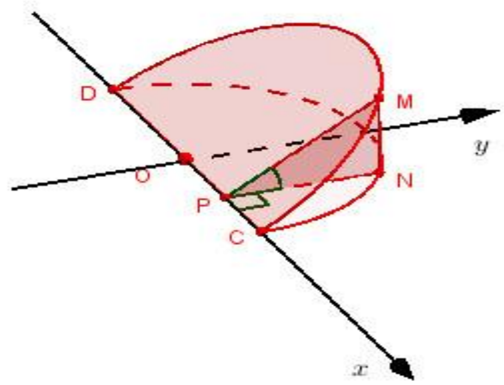
Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó hình nêm có đáy là nửa hình tròn có phương trình :

$y = \sqrt{225 - x^2}, x \in \left[-15;15\right]$

Một một mặt phẳng cắt vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x, \left(x \in \left[-15;15\right]\right)$

cắt hình nêm theo thiết diện có diện tích là $S\left(x\right)$

(xem hình).



Dễ thấy $NP = y$ và

$MN = NP\tan 45^0 = y = \sqrt{15 - x^2}$ khi đó

$S\left(x\right) = \frac{1}{2}MN.NP = \frac{1}{2}.\left(225 - x^2\right)$ suy ra thể tích hình nêm là : $V = \int\limits_{-15}^{15} S\left(x\right)dx$

$= \frac{1}{2}\int\limits_{-15}^{15} .\left(225 - x^2\right)dx = 2250\left(cm^3\right)$

Câu 44: Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh vật học thấy rằng : Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 480 - 20n(gam)$. Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất ?

A. 10 **B.** 12 **C.** 16 **D.** 24

Hướng dẫn giải

Gọi n là số con cá trên một đơn vị diện tích hồ $(n>0)$. Khi đó :

Cân nặng của một con cá là : $P(n)=480-20n(gam)$

Cân nặng của n con cá là : $n.P(n)=480n-20n^2(gam)$

Xét hàm số : $f(n)=480n-20n^2, n\in(0;+\infty)$. Ta có : $f'(n)=480-40n$, cho $f'(n)=0\Leftrightarrow n=12$

Lập bảng biến thiên ta thấy số cá phải thả trên một đơn vị diện tích hồ để có thu hoạch nhiều nhất là 12 con.

Câu 45: Một chuyến xe bus có sức chứa tối đa là 60 hành khách. Nếu một chuyến xe chở x hành khác thi giá cho mỗi hành khách là $\left(3-\frac{x}{40}\right)^2$ \$. Chọn câu đúng:

A. Xe thu được lợi nhuận cao nhất khi có 60 hành khách.
B. Xe thu được lợi nhuận cao nhất bằng $135\$$.
C. Xe thu được lợi nhuận cao nhất bằng $160\$$.
D. Không có đáp án đúng.

Hướng dẫn giải

Số tiền thu được là : $f(x)=x(3-\frac{x}{40})^2=9x-\frac{3}{20}x^2+\frac{x^3}{1600}$

Đạo hàm,lập bảng biến thiên ta tìm được GTLN của $f(x)$ là 160 khi $x=40$.

Vậy lợi nhuận thu được nhiều nhất là $160\$$ khi có 40 hành khách.

Câu 46: Một cửa hàng bán lẻ bán 2500 cái ti vi mỗi năm. Chi phí gởi trong kho là 10\$ một cái mỗi năm. Để đặt hàng chi phí cố định cho mỗi lần đặt là 20\$ cộng thêm 9\$ mỗi cái. Cửa hàng nên đặt hàng bao nhiêu lần trong mỗi năm và mỗi lần bao nhiêu cái để chi phí hàng tồn kho là nhỏ nhất?

Hướng dẫn giải

Gọi x là số ti vi mà cửa hàng đặt mỗi lần ($x\in[1;2500]$, đơn vị: cái)

Số lượng ti vi trung bình gởi trong kho là $\frac{x}{2}$ nên chi phí lưu kho tương ứng là $10\cdot\frac{x}{2}=5x$

Số lần đặt hàng mỗi năm là $\frac{2500}{x}$ và chi phí đặt hàng là : $\frac{2500}{x}(20+9x)$

Khi đó chi phí mà cửa hàng phải trả là: $C(x)=\frac{2500}{x}(20+9x)+5x=5x+\frac{50000}{x}+22500$

Lập bảng biến thiên ta được : $C_{\min}=C(100)=23500$

Câu 47: Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe honda Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 (triệu đồng) và bán với giá 31 (triệu đồng) mỗi chiếc. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 (triệu đồng) mỗi chiếc thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất?

Hướng dẫn giải

Gọi x ($x>0$, đơn vị: triệu đồng) là giá bán mới. Khi đó:

Số tiền đã giảm là: $31-x$. Số lượng xe tăng lên là: $200(31-x)$.

Vậy tổng số sản phẩm bán được là: $600+200(31-x)=6800-200x$

Doanh thu mà doanh nghiệp sẽ đạt được là: $(6800-200x)x$

Tiền vốn mà doanh nghiệp phải bỏ ra là: $(6800-200x).27$

Lợi nhuận mà công ty đạt được sẽ là:

$L(x)=$ Doanh thu – Tiền vốn $=(6800-200x)x-(6800-200x).27=-200x^2+12200x-183600$

$L'(x)=-400x+12200.$ Cho $L'(x)=0\Leftrightarrow x=30,5$

Lập BBT ta thấy lợi nhuật lớn nhất khi $x=30,5$. Vậy giá bán mới là $30,5$ (triệu đồng)

Câu 48: Một công ti bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 000 000 đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 100 000 đồng một tháng thì có thêm hai căn hộ bị bỏ trống.Hỏi muốn có thu nhập cao nhất, công ti đó phải cho thuê mỗi căn hộ với giá trị bao nhiêu một tháng? (đồng/tháng)

A. 2 250 000 B. 2 450 000 C. 2 300 000 D. 2 225 000

Hướng dẫn giải

Gọi x (đồng/tháng) là số tiền tăng thêm của giá cho thuê mỗi căn hộ. ($x\geq 0$)

Khi đó số căn hộ bị bỏ trống là: $\frac{2x}{100\,000}$ (căn hộ).

Khi đó, số tiền công ti thu được là:

$T(x)=\left(2\,000\,000+x\right)\left(50-\frac{2x}{100\,000}\right)=100\,000\,000+10x-\frac{2x^2}{100\,000}$ (đồng/tháng).

Khảo sát hàm số $T(x)$ trên $\left[0;+\infty\right)$.

$T'(x)=10-\frac{4x}{100\,000}$.

$T'(x)=0\Leftrightarrow 1\,000\,000-4x=0\Leftrightarrow x=250\,000$.

Bảng biến thiên

X	0	250 000	$+\infty$
T’	+	0 –	
T		2 250 000	

Do đó $\max_{x\geq 0} T\ x\ = T\ 250\,000$.

Vậy để có thu nhập cao nhất thì số tiền cho thuê một căn hộ mỗi tháng là 2 250 000 đồng.

Đáp án A

Câu 49: Một phễu đựng kem hình nón bằng giấy bạc có thể tích 12π (cm^3) và chiều cao là 4cm. Muốn tăng thể tích kem trong phễu hình nón lên 4 lần, nhưng chiều cao không thay đổi, diện tích miếng giấy bạc cần thêm là.

A. $(12\sqrt{13}-15)\pi\left(cm^2\right)$. B. $12\pi\sqrt{13}\left(cm^2\right)$. C. $\dfrac{12\sqrt{13}}{15}\left(cm^2\right)$. D. $(12\sqrt{13}+15)\pi\left(cm^2\right)$

Hướng dẫn giải:

Gọi R_1 là bán kính đường tròn đáy hình nón lúc đầu; h_1 là chiều cao của hình nón lúc đầu.

Gọi R_2 là bán kính đường tròn đáy hình nón sau khi tăng thể tích; h_2 là chiều cao của hình nón sau khi tăng thể tích.

Ta có: $V_1=\dfrac{1}{3}\pi R_1^2h_1 \Rightarrow 12\pi=\dfrac{1}{3}\pi R_1^2 4 \Rightarrow R_1=3$

$$\left.\begin{array}{l} V_1=\dfrac{1}{3}\pi R_1^2h_1 \\ V_2=\dfrac{1}{3}\pi R_2^2h_2 \\ h_2=h_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \dfrac{V_2}{V_1}=\dfrac{R_2^2}{R_1^2}=4 \Rightarrow R_2=2R_1=6$$

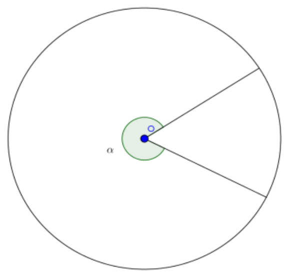
Diện tích xung quanh hình nón lúc đầu: $S_{xp1}=\pi R_1l_1=\pi 3\sqrt{16+9}=15\pi\left(cm^2\right)$

Diện tích xung quanh hình nón sau khi tăng thể tích:

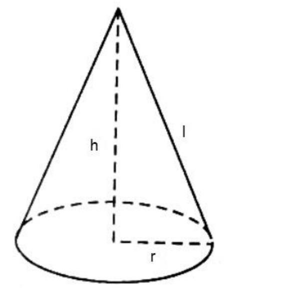
$S_{xp2}=\pi R_2l_2=\pi 6\sqrt{16+36}=12\pi\sqrt{13}\left(cm^2\right)$

Diện tích phần giấy bạc cần tăng thêm là: $S=\left(12\sqrt{13}-15\right)\pi\left(cm^2\right)$

Câu 50: Cho một tấm tôn hình tròn có diện tích 4π dm^2. Người ta cắt thành một hình quạt có góc ở tâm là α ($0<\alpha<2\pi$) như Hình 1 để làm thành một cái gầu múc nước hình nón như Hình 2. Thể tích lớn nhất của cái gầu là:



Hình 1



Hình 2

A $\frac{16\sqrt{3}\pi}{27}(dm^3)$ **B.** $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}(dm^3)$ **C.** $\frac{3\sqrt{7}\pi}{9}(dm^3)$ **D.** $\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}(dm\sqrt{3})$

Hướng dẫn giải:

Ta có: đường sinh l của hình nón là bán kính $R=\frac{4\pi}{2\pi}=2dm$ của hình tròn

Bán kính đáy của hình nón: $r=\frac{2\alpha}{2\pi}=\frac{\alpha}{\pi}$

Đường cao của hình nón: $h=\sqrt{2^2-\frac{\alpha^2}{\pi^2}}=\frac{1}{\pi}\sqrt{4\pi^2-\alpha^2}$

Khi đó thể tích hình nón: $V(\alpha)=\frac{1}{3}\pi\frac{\alpha^2}{\pi^2}\frac{1}{\pi}\sqrt{4\pi^2-\alpha^2}=\frac{1}{3\pi^2}\alpha^2\sqrt{4\pi^2-\alpha^2}$

$$V'(\alpha)=\frac{1}{3\pi^2}\left(2\alpha\sqrt{4\pi^2-\alpha^2}-\frac{\alpha^3}{\sqrt{4\pi^2-\alpha^2}}\right)$$

$$=\frac{1}{3\pi^2}\left(\frac{-3\alpha^2+8\alpha\pi^2}{\sqrt{4\pi^2-\alpha^2}}\right)$$

$$V'(\alpha)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\alpha=0\notin(0;2\pi)\\ \alpha=\frac{2\sqrt{6}\pi}{3}\Rightarrow V=\frac{1}{3\pi^2}\times\frac{8}{3}\pi^2\times\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi=\frac{16\sqrt{3}\pi}{27}(dm^3)\\ \alpha=-\frac{2\sqrt{6}\pi}{3}\notin(0;2\pi)\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên:

α	0		$\frac{2\sqrt{6}\pi}{3}$	2π
$V'(\alpha)$	+	0	−	

$V(\alpha)$	$\dfrac{16\sqrt{3}\pi}{27}$

Chọn đáp án A

Câu 51: Một tấm bìa cứng hình chữ nhật có kích thước $3m \times 8m$. Người ta cắt mỗi góc của tấm bìa một hình vuông có cạnh là x để tạo ra hình hộp chữ nhật không nắp. Với giá trị nào của x thì thể tích hình hộp chữ nhật đạt giá trị lớn nhất ?

A. $x = \frac{1}{3}m$ B. $x = 1m$ C. $x = \frac{2}{3}m$ D. $x = \frac{4}{3}m$

Hướng dẫn giải:

Ta có: $0 < x < \frac{3}{2}$ Gọi thể tích hình hộp là: *V(x)*. Khi đó:

$$V(x) = x(3-2x)(8-2x) = 4x^3 - 22x^2 + 24x$$

$$V'(x) = 12x^2 - 44x + 24 = 4(3x^2 - 11x + 6)$$

$$V'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = \frac{2}{3} \end{array}\right.$$

Lập bảng biến thiên,suy ra kết quả $x = \frac{2}{3}$

Chọn đáp án C

Câu 52: Một người vay 100 triệu đồng, trả góp theo tháng trong vòng 36 tháng, lãi suất là 0,75%/ tháng. Số tiền người đó phải trả hàng tháng (trả tiền vào cuối tháng, số tiền làm tròn đến hàng nghìn) là:

A. 3180000 B. 3179000 C. 75000000 D. 8099000

Hướng dẫn giải:

Bài toán: Vay A đồng, lãi suất r/ tháng. Hỏi hàng tháng phải trả bao nhiêu để sau n tháng thì hết nợ (trả tiền vào cuối tháng)?

Gọi a là số tiền trả hàng tháng

Cuối tháng 1: còn nợ $A(1+r) - a$

Cuối tháng 2: còn nợ $[A(1+r) - a](1+r) - a = A(1+r)^2 - a(1+r) - a$

Cuối tháng 3: còn nợ $[A(1+r)^2 - a(1+r) - a](1+r) - a = A(1+r)^3 - a(1+r)^2 - a(1+r) - a$

….

Cuối tháng n: còn nợ $A(1+r)^n - a(1+r)^{n-1} - a(1+r)^{n-2} - ... - a = A(1+r)^n - a.\dfrac{(1+r)^n - 1}{r}$

Để hết nợ sau n tháng thì số tiền a phải trả là: $A(1+r)^n - a.\dfrac{(1+r)^n - 1}{r} = 0 \Leftrightarrow a = \dfrac{Ar(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$

Giải: Số tiền người đó phải trả hàng tháng: $\dfrac{100000000.0,75\%.(1+0,75\%)^{36}}{(1+0,75\%)^{36} - 1} \approx 3180000$

Chọn đáp án A

Câu 53: Bác Bình có 100 triệu đồng đem gởi vào một ngân hàng. Ngân hàng cho biết lãi suất là 1%/tháng và được tính theo thể thức lãi kép. Để thu được số tiền lãi lớn nhất sau 2 năm thì bác Bình gởi theo kỳ hạn bao nhiêu tháng trong các kỳ hạn sau?

A. Kỳ hạn 3 tháng   B. Kỳ hạn 4 tháng

C. Kỳ hạn 6 tháng   D. Kỳ hạn 12 tháng

Hướng dẫn giải:

Số tiền lãi bác Bình nhận được

- Theo kỳ hạn 3 tháng: $100.10^6.(1+0,03)^8 - 100.10^6 = 26677008$ (đồng).
- Theo kỳ hạn 4 tháng: $100.10^6.(1+0,04)^6 - 100.10^6 = 26531902$ (đồng).
- Theo kỳ hạn 6 tháng: $100.10^6.(1+0,06)^4 - 100.10^6 = 26247696$ (đồng).
- Theo kỳ hạn 12 tháng: $100.10^6.(1+0,12)^2 - 100.10^6 = 25440000$ (đồng).

Đáp án: A

Câu 54: Một người hàng tháng gởi vào ngân hàng 10 triệu đồng với lãi kép là 0,6%/ tháng. Biết lãi suất không thay đổi trong quá trình gởi. Hỏi sau 2 năm người đó lãi bao nhiêu?

A. 528 645 120 đồng   B. 298 645 120 đồng

C. 538 645 120 đồng   D. 418 645 120 đồng

Hướng dẫn giải:

Gọi T_n là số tiền vỗn lẫn lãi sau n tháng, a là số tiền hàng tháng gởi vào ngân hàng và $r(\%)$ là lãi suất kép. Ta có:

$T_1 = a.r$,

$T_2 = (ar + a)(1+r) = a(1+r)^2$

$T_3 = \left(a(1+r)^2 + a\right)(1+r) = a(1+r)^2 + a(1+r)$

….

$T_n = a(1+r)^{n-1} + ... + a(1+r) = a.\dfrac{r+1}{r}\left((1+r)^n - 1\right), n \ge 2$

Áp dụng với $a = 20.10^6$ đồng, $r = 0,08$, $n = 24$ tháng, ta có số tiền lãi.

Đáp án: B

Câu 55: Một người vay ngân hàng 1 tỷ đồng với lãi kép là 12%/năm. Hỏi người đó phải trả ngân hàng hàng tháng bao nhiêu tiền để sau đúng 5 năm người đó trả xong nợ ngân hàng?

A. 88 848 789 đồng. B. 14 673 315 đồng.
C. 47 073 472 đồng . D. 111 299 776 đồng

.

Hướng dẫn giải:

Gọi A là số tiền người đó vay ngân hàng (đồng), a là số tiền phải trả hàng tháng và $r(\%)$ là lãi suất kép. Ta có:

- Số tiền nợ ngân hàng tháng thứ nhất: $R_1 = A(1+r)$
- Số tiền nợ ngân hàng tháng thứ hai : $R_2 = \left(A(1+r)-a\right)(1+r) = A(1+r)^2 - a(1+r)$
- Số tiền nợ ngân hàng tháng thứ ba:

$R_3 = \left(A(1+r)^2 - a(1+r) - a\right)(1+r) = A(1+r)^3 - a(1+r)^2 - a(1+r)$

….

- Số tiền nợ ngân hàng tháng thứ n : $R_n = A(1+r)^n - a(1+r)^{n-1} - ... - a(1+r)$

Tháng thứ n trả xong nợ: $R_n = a \Leftrightarrow a = \dfrac{A.r.(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$

Áp dụng với $A = 1.10^9$ đồng, $r = 0{,}01$, và $n = 24$, ta có $a = 47073472$

Đáp án: C

Câu 56: Từ một bờ tường có sẵn, người ta muốn rào quanh một khu đất với một số vật liệu cho trước là 100 m thẳng hàng rào . Vậy làm thế nào để rào khu đất ấy theo hình chữ nhật sao cho có diện tích lớn nhất. Khi đó: chiều dài và chiều rộng hình chữ nhật là

A. 50 và 25 B. 35 và 35 C. 75 và 25 D. 50 và 50

Hướng dẫn giải

Gọi $x\ (m)$ $(0 < x < 50)$ là chiều rộng của hình chữ nhật

Khi đó, chiều dài của hình chữ nhật là $100 - 2x$

Nên diện tích của hình chữ nhật là $x(100-2x) = -2x^2 + 100x$

Gọi $f(x) = -2x^2 + 100x$ với điều kiện $0 < x < 100$

$\Rightarrow f'(x) = -4x + 100$. Cho $f'(x) = 0 \Rightarrow -4x + 100 = 0 \Rightarrow x = 25$

Bảng biến thiên:

x	0		25		50
$f'(x)$		+	0	–	
$f(x)$		$\nearrow$	1250	$\searrow$	

	0	0

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\max\limits_{(0;50)} f(x) = f(25) = 1250$

Vậy: Để rào khu đất ấy có diện tích lớn nhất theo hình chữ nhật có chiều rộng bằng 25 và chiều dài bằng 50

Đáp án: A

Câu 57: Một xe chở hàng chạy với vận tốc 25 m/s thì tài xế đạp phanh; từ thời điểm đó, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 25$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, xe còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. $\frac{625}{4}$ m B. $\frac{625}{2}$ m C. 2 m D. $\frac{25}{2}$ m

Hướng dẫn giải:

Xe chở hàng còn đi thêm được $\frac{25}{2}$ giây

Quãng đường cần tìm là: $s = \int_0^{\frac{25}{2}} (-2t + 25)dt = \frac{625}{4}$

Đáp án: A

Câu 58: Một loại bèo Hoa dâu có khả năng sinh trưởng rất nhanh. Cứ sau một ngày (24 giờ) thì số lượng bèo thu được gấp đôi số lượng bèo của ngày hôm trước đó. Ban đầu người ta thả một cây bèo vào hồ nước (hồ chưa có cây bèo nào) rồi thống kê số lượng bèo thu được sau mỗi ngày. Hỏi trong các kết quả sau đây, kết quả nào không đúng với số lượng bèo thực tế.

A. 32768 B. 1048576 C. 33554432 D. 1073741826

Hướng dẫn giải :

Số bèo trong hồ thỏa hàm số mũ $f(t) = 2^t$ với t (ngày)

Nên $2^{15} = 32768$

$2^{20} = 1048576$

$2^{25} = 33554432$

$2^{30} = 1073741824$

Đáp án : D

Câu 59: Ông An gửi a VNĐ vào ngân hàng với lãi suất 0
5%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu Để sau 10 tháng ông An sẽ nhận được 20 000 000 VNĐ thì a ít nhất là bao nhiêu:

A. 19 026 958 **B.** 19 026 959 **C.** 19 026 960 **D.** 19 026 9588

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức lãi kép: $c = p(1+r)^n$ trong đó p là số tiền gửi, r là lãi suất mỗi kỳ, n là số kỳ gửi, ta có: $20000000 = a(1+0,005)^{10} \Rightarrow a = 19026958,81$

Đáp án A

Câu 60: Một người gửi 10 triệu đồng vào ngân hàng. Hỏi nếu theo kì hạn 3 tháng với lãi suất 1,65% một quý thì sau hai năm người đó nhận được số tiền (triệu đồng) là bao nhiêu?

A. $10.(1,0165)^8$. **B.** $10.(0,0165)^8$. **C.** $10.(1,165)^8$. **D.** $10.(0,165)^8$.

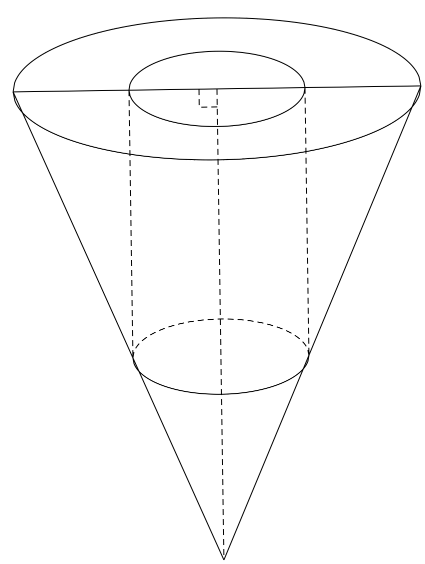
Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức lãi kép: $c = p(1+r)^n$ trong đó p là số tiền gửi, r là lãi suất mỗi kỳ, n là số kỳ gửi, Vậy sau 2 năm (8 quý) người đó thu được số tiền là: $c = 10\left(1+\frac{1,65}{100}\right)^8$

Đáp án A

Câu 61: Một bình đựng nước dạng hình nón (không có đáy) đựng đầy nước. Biết rằng chiều cao của bình gấp 3 lần bán kính đáy của nó. Người ta thả vào đó một khối trụ và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $\frac{16\pi}{9}(dm^3)$. Biết rằng một mặt của khối trụ nằm trên mặt đáy của nón (như hình dưới) và khối trụ có chiều cao bằng đường kính đáy của hình nón.

Tính diện tích xung quanh S_{xq} của bình nước.



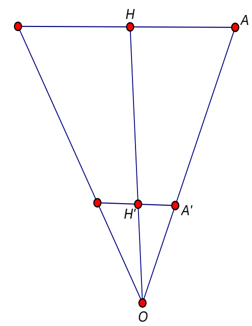
A. $S_{xq} = \frac{9\pi\sqrt{10}}{2}(dm^3)$.

B. $S_{xq} = 4\pi\sqrt{10}(dm^3)$.

C. $S_{xq} = 4\pi(dm^3)$.

D. $S_{xq} = \frac{4\pi}{2}(dm^3)$.

Hướng dẫn giải



- Gọi bán kính đáy hình nón là R, chiều cao h

Ta có $h = 3R$

- Chiều cao của khối trụ là $h_1 = 2R$, bán kính đáy là r

- Trong tam giác OHA có $H'A'//HA$

$\Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{H'A'}{HA} = \frac{OH'}{OH} = \frac{1}{3} \Rightarrow r = \frac{R}{3}$

- Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h_1 = \frac{2\pi R^3}{9} = \frac{16\pi}{9} \Rightarrow R = 2$

- Đường sinh của hình nón là

$l = OA = \sqrt{OH^2 + HA^2} = \sqrt{9R^2 + R^2} = 2\sqrt{10}$

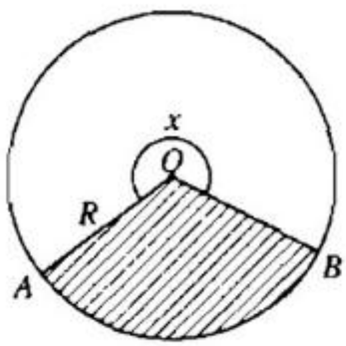
- Diện tích xung quanh S_{xq} của bình nước

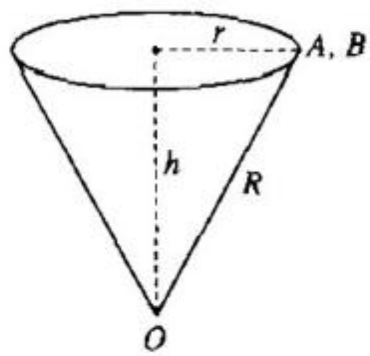
$S_{xq} = \pi Rl = 4\pi\sqrt{10}$

Đáp án B

Câu 62: Cắt bỏ hình quạt tròn AOB từ một mảnh các tông hình tròn bán kính R rồi dán hai bán kính OA và OB của hình quạt tròn còn lại với nhau để được một cái phễu có dạng của một hình nón. Gọi x là góc ở tâm của quạt tròn dùng làm phễu 0<x<2 π. Tìm giá trị lớn nhất của hình nón.

A. $\frac{2\sqrt{3}}{27}\pi R^3$ **B.** $\frac{2}{27}\pi R^3$ **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{9}\pi R^3$ **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{27}\pi R^3$





Hướng dẫn giải

Đáp án A

Thể tích cái phễu là : V= $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

Ta có chu vi đáy là: $2\pi r = Rx$

$$\Rightarrow r=\frac{Rx}{2\pi}, h=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{R^2-\frac{R^2x^2}{4\pi^2}}=\frac{R}{2\pi}\sqrt{4\pi^2-x^2}$$

Suy ra lúc này :

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{R^3x^2\sqrt{4\pi^2-x^2}}{24\pi^2}(0<x<2\pi)$$

Áp dụng BĐT Cauchy cho 2 số dương ta có :

$$V=\frac{\sqrt{3}R^3}{48\pi^2}.x^2.\frac{2}{\sqrt{3}}\pi\sqrt{4\pi^2-x^2}\le\frac{\sqrt{3}R^3}{2.48\pi^2}.x^2\left(\frac{4}{3}\pi^2+4\pi^2-x^2\right)=\frac{\sqrt{3}R^3}{2.48\pi^2}.x^2\left(\frac{16}{3}\pi^2-x^2\right)$$

$$\le\frac{1}{8}\frac{\sqrt{3}R^3}{48\pi^2}.\left[x^2+\left(\frac{16}{3}\pi^2-x^2\right)\right]^2=\frac{1}{8}\frac{\sqrt{3}R^3}{48\pi^2}.\frac{16^2}{9}\pi^4=\frac{2\sqrt{3}}{27}\pi R^3$$

Dấu bằng có khi và chỉ khi $\begin{cases}\frac{2}{\sqrt{3}}\pi=\sqrt{4\pi^2-x^2}\\ x^2=\frac{16}{3}\pi^2-x^2\end{cases}$ <=> $x=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\pi$

Suy ra thể tích khối nón đạt giá trị lớn nhất đạt tại $x=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\pi$ và GTLN đó là $\frac{2\sqrt{3}}{27}\pi R^3$

Câu 63: Một miếng bìa hình chữ nhật có độ dài các cạnh là a b. Hỏi phải tăng cạnh này và bớt cạnh kia một đoạn bao nhiêu để diện tích hình chữ nhật là lớn nhất?

A. $\frac{a-b}{2}$ **B.** $\frac{a+b}{2}$ **C.** $\sqrt{ab}$ **D.** $\sqrt{\frac{a}{b}}$

Hướng dẫn giải

Đáp án A

Gọi độ dài cần điều chỉnh là x . Áp dụng BĐT Cauchy cho 3 số dương ta có:

Diện tích miếng bìa sau khi điều chỉnh là: $S=(a-x)(b+x)\le\frac{1}{2}(a+b)^2$

Dấu bằng có khi và chỉ khi: $a-x=b+x\Leftrightarrow x=\frac{a-b}{2}$

Câu 64: Một hành lang giữa hai nhà có hình dạng của một lăng trụ đứng ABC.A'B'C'. Hai mặt bên ABB'A' và ACC'A' là hai tấm kính hình chữ nhật dài 20m rộng 5m.Gọi x (m) là độ dài cạnh BC. Tìm x sao cho hình lăng trụ có thể tích lớn nhất.

A. x=$\sqrt{2}$ **B.** x=2$\sqrt{2}$ **C.** x=3$\sqrt{2}$ **D.** x=5$\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải

Đáp án D

Ta có: $V = 5x\sqrt{100-x^2}(m^2), 0 < x < 10$

Biểu thức đạt giá trị lớn nhất khi $x = \sqrt{100-x^2} <=> x = 5\sqrt{2}$

Câu 65: Một vị khách du lịch chèo thuyền ngược dòng sông Amazon để thăm quan phong cảnh thiên nhiên ở đây, đoạn đường mà vị khách đó đi được là 400 km. Vận tốc dòng nước là 6km/h. Nếu vận tốc của thuyền khi nước đứng yên là v (km/h) thì năng lượng tiêu hao của du khách khi chèo thuyền trong t giờ được tính bởi công thức: $E(v) = cv^3t$ .Trong đó c là một hằng số, E có đơn vị là jun. Tìm vận tốc của thuyền khi nước đứng yên để năng lượng tiêu hao của du khách khi chèo thuyền là ít nhất.

A. 7 km/h **B.** 5 km/h **C.** 6 km/h **D.** 9 km/h

Hướng dẫn giải

Đáp án D

Vận tốc của thuyền còn lại là: $v-6$

Thời gian thuyền đi được 400 km là: $t = \frac{400}{v-6}$ do đó: $E(v) = \frac{400cv^3}{v-6}$

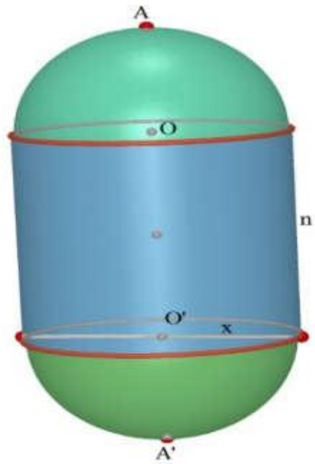
Do $c > 0$ nên để năng lượng tiêu hao của du khách khi chèo thuyền là ít nhất thì $E(v)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi hàm số $E_1(v) = \frac{400cv^3}{v-6}, v \in (6;+\infty)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi hàm số

$$E_1'(v) = \frac{800v^3 - 7200v^2}{(v-6)^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} v=0 \\ v=9 \end{array}\right.$$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy nên E(v) đạt giá trị nhỏ nhất khi $v = 9km/h$.

Vậy vận tốc của thuyền khi nước đứng yên để năng lượng tiêu hao của du khách khi chèo thuyền là ít nhất là $v = 9km/h$

Câu 66: Một bình chứa nước sinh hoạt gia đình được công ty Tân Á thiết kế gồm một hình trụ và hai nửa hình cầu với các kích thước cho trên hình bên, kích thước chiều cao $AA' = 2,83m$; bán kính mặt cầu là x. Gọi $OO' = h$ là chiều cao của phần hình trụ. Để bình chứa được nhiều nước nhất thì tổng $(x+h)$ bằng bao nhiêu?



A. $2,11m$ **B.** $1,535m$ **C.** $2,341m$ **D.** $1,698m$

Hướng dẫn giải

Gọi chiều cao OO' là chiều cao của phần hình trụ

$OA, O'A$ là bán kính của hai hình cầu nên

$$OA = O'A' = x \Rightarrow AA' = OA + OO' + O'A'$$
$$2,83 = x + h + x = h + 2x \Rightarrow h = 2,83 - 2x$$

Thể tích:

$$V = \pi R^2 h + 2.\frac{1}{2}.\frac{1}{3}\pi R^2 = \pi x^2(2,83-2x) + \frac{1}{3}\pi.x^3 = \frac{\pi(8,49x^2 - 5x^3)}{3}$$

Xét hàm $V(x) = \dfrac{\pi(8,49x^2 - 5x^3)}{3}, x \in (0;1,415)$

$$V'(x) = \frac{\pi(16,98x^2 - 5x^3)}{3} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0\,(L) \\ x = 1.132m \end{array}\right.$$

Ta có: $V(x) \le V(1,132) \Rightarrow maxV(x) = V(1,132)$ đạt được khi $x = 1,132m$

Vậy $x + h = 1,698$

Câu 68: Công ty mỹ phẩm **MILANO** vừa cho ra mắt sản phẩm mới là chiến thỏi son mang tên **Lastug** có dạng hình trụ (Như hình) có chiều cao h (cm), bán kính đáy r (cm), thể tích yêu cầu là $20,25\pi(cm^3)$ mỗi thỏi.

Biết rằng chi phí sản suất cho mỗi thỏi son như vậy được xác định theo công thức

$$T = 60000r^2 + 20000rh \text{ (đồng)}$$

Để chi phí sản suất là thấp nhất thì tổng $(r+h)$ bằng bao nhiêu?

A. $r+h=9,5$ **B.** $r+h=10,5$ **C.** $r+h=11,4$ **D.** $r+h=10,2$

Hướng dẫn giải

Chọn: Đáp án **B**

Thể tích mỗi thỏi son: $V=\pi r^2h=20.25\pi \Rightarrow h=\dfrac{20.25}{r^2}$

Chi phí: $T=60000r^2+20000rh=60000r^2+\dfrac{405000}{r}$

Xét hàm:

$$T(r)=60000r^2+\frac{405000}{r}=60000r^2+\frac{202500}{r}+\frac{202500}{r}\ge 3\sqrt[3]{60000r^2.\frac{202500}{r}.\frac{202500}{r}}=405000$$

Dấu"=" xảy ra khi $r=1.5\Rightarrow h=9$

Vậy chi phí thấp nhất là 405000 đồng thì $r+h=10.5$.

Câu 69: Một công ty muốn thiết kế một loại hộp có dạng hình hộp chữ nhật, đáy là hình vuông và thể tích khối hộp được tạo thành là 10 m^3. Độ dài cạnh đáy của mỗi hộp muốn thiết kế để diện tích toàn phần đạt giá trị nhỏ nhất là ?

A. $\sqrt[3]{20}\,m$ **B.** $\sqrt[3]{10}\,m$ **C.** 2m **D.** $\sqrt[3]{15}\,m$

Hướng dẫn giải

Đáy hình vuông cạnh a và đường cao tương ứng của hình hộp chữ nhật là b với $a,b>0$

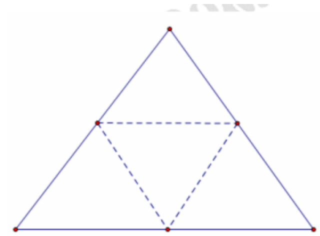
Theo đề ta có: $\begin{cases} a^2b=10 \\ S_{tp}=2a^2+4ab \end{cases} \Rightarrow S_{tp}=2a^2+\dfrac{40}{a}=2a^2+\dfrac{20}{a}+\dfrac{20}{a}\ge 3\sqrt[3]{2a^2\times\dfrac{20}{a}\times\dfrac{20}{a}}=6\sqrt[3]{100}$

Dấu bằng xảy ra khi $2a^2=\dfrac{20}{a}\Leftrightarrow a=\sqrt[3]{10}$ (mét). **Chọn B.**

Câu 70: Người ta cắt miếng bìa hình tam giác đều cạnh bằng 1 như hình bên, sau đó gấp theo các đường kẻ, dán các mép lại để được hình tứ diện đều. Tính thể tích của tứ diện tạo thành?

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{96}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{16}$

C. $\dfrac{\sqrt{3}}{32}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{12}$



Hướng dẫn giải

Đáp án A

Vì hình tứ diện đều nên ta chỉ cần quan tâm cạnh của tứ diện đều này. Dễ thấy cạnh này bằng $a=\dfrac{1}{2}$

Xét tứ diện đều ABCD, Gọi H là tâm của tam giác đều ABC. Lấy M là trung điểm của BC

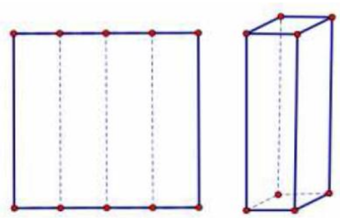
Ta có: $AH=\dfrac{2AM}{3}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\Rightarrow DH=\sqrt{DA^2-DH^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

$\Rightarrow V_{ABCD}=\dfrac{DH.S_{ABC}}{3}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}=\dfrac{\sqrt{2}}{96}$

Câu 71: Từ một mảnh giấy hình vuông cạnh 4 cm, người ta gấp nó thành 4 phần đều nhau rồi dựng lên thành một hình lăng trụ tứ giác đều như hình vẽ. Tính thể tích của lăng trụ?

A. $4\ cm^3$ **B.** $16\ cm^3$

C. $\dfrac{4}{3}\ cm^3$ **D.** $\dfrac{64}{3}\ cm^3$

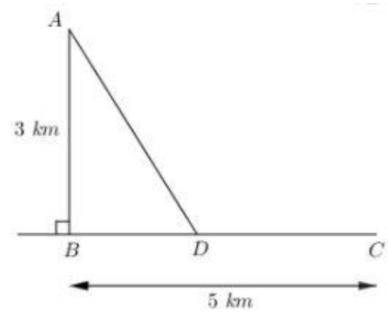


Hướng dẫn giải

Đáy lăng trụ là hình lập phương cạnh 1cm và chiều cao lăng trụ bằng 4. Thể tích lăng trụ là $1^2x4=4\left(cm^3\right)$

Câu 72: Bạn Hoa đi từ nhà ở vị trí A đến trường học tại vị trí C phải đi qua cầu từ A đến B rồi từ B tới trường. Trận lũ lụt vừa qua cây cầu bị nhập nước, do đó bạn Hoa phải đi bằng thuyền từ nhà đến một vị trí D nào đó ở trên đoạn BC với vận tốc $4km/h$ sau đó đi bộ với vận tốc $5km/h$ đến C. Biết độ dài $AB = 3km, BC = 5km$. Hỏi muộn nhất mấy giờ bạn Hoa phải xuất phát từ nhà để có mặt ở trường lúc 7h30 phút sáng kịp vào học?

A. 6h03 phút
B. 6h16 phút
C. 5h30 phút
D. 5h34 phút



Hướng dẫn giải

Gọi $BD = x\ km$; $DC = y\ km$. Khi đó $BC = BD + DC = x + y = 5$

Xét tam giác ABD vuông tại B có $AD = \sqrt{AB^2 + BD^2} = \sqrt{x^2 + 9}$

Thời hạn bạn Hoa đi từ $A \to D$ là $t_{A\to D} = \dfrac{\sqrt{x^2+9}}{4}h$. Thời gian bạn Hoa đi từ $D \to C$ là

$t_{D\to C} = \dfrac{y}{5}h$

Khi đó tổng thời gian bạn Hoa đi từ nhà đến trường là

$T = \dfrac{\sqrt{x^2+9}}{4} + \dfrac{y}{5} = f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+9}}{4} + \dfrac{5-x}{5}$

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+9}}{4} + \dfrac{5-x}{5}$, có $f'(x) = \dfrac{x}{4\sqrt{x^2+9}} - \dfrac{1}{5}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 5x = 4\sqrt{x^2+9}$

$\Leftrightarrow x = 4$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta được $\min f(x) = f(4) = \dfrac{29}{20} = 87$ phút.

Do đó bạn Hoa phải xuất phát muộn nhất từ nhà lúc 6h03 phút để có mặt ở trường lúc 7h30 phút. **Chọn A.**

Câu 73: Một hình lập phương có cạnh 4 cm. Người ta sơn đỏ mặt ngoài của hình lập phương rồi cắt hình lập phương bằng các mặt phẳng song song với các mặt của hình lập phương thành 64 hình lập phương nhỏ có cạnh 1 cm. Có bao nhiêu hình lập phương có đúng một mặt được sơn đỏ?

A. 8 **B.** 16 **C.** 24 **D.** 48

Hướng dẫn giải

Đáp án C

Để ý rằng chỉ có những hình lập phương nằm mặt ngoài cùng của hình lập phương lớn mới được tô màu

Trên mỗi mặt của hình lập phương lớn, chỉ có 4 mặt của 4 hình lập phương nhỏ nằm ở giữa là có đúng một mặt được sơn

Tính trên tất cả 6 mặt ta có 24 hình lập phương thỏa yêu cầu.

Câu 74: Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giá vuông với c là độ dài cạnh huyền. Ký hiệu b_1 và b_2 lần lượt là giá trị lớn nhất của $B_1=\log_2\left(\frac{a+b}{c}\right)^{1000}$ và $B_2=\log_2\left(\frac{3a+4b}{c}\right)^{1000}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $2b_1+3b_2>8000$ **B.** $\frac{b_1}{b_2}>\frac{1}{4}$ **C.** $2b_1+3b_2>7000$ **D.** $\frac{b_1}{b_2}>\frac{2}{3}$

Hướng dẫn giải

Ta có: $c^2=a^2+b^2\ge\frac{1}{2}(a+b)^2\Rightarrow\frac{a+b}{c}\le\sqrt{2}$

$\Rightarrow B_1=500\log_2\left(\frac{a+b}{c}\right)^2\le500\log_2 2=500\Rightarrow b_1=500$

Lại có $25c^2=(3^2+4^2)(a^2+b^2)\ge(3a+4b)^2\Rightarrow3a+4b\le5c\Rightarrow\frac{3a+4b}{c}\le5$

$\Rightarrow B_2=\log_2\left(\frac{3a+4b}{c}\right)^{1000}\le\log_2 5^{1000}=1000\log_2 5\Rightarrow b_2=1000\log_2 5$

Đáp án C

Câu 75: Một người đầu tư 100 triệu đồng vào một công ty theo thể thực lãi kép với lãi suất 13% một năm. Hỏi nếu sau 5 năm mới rút lãi thì người đó thu được bao nhiêu tiền lãi ? (Giả sử rằng lãi suất hàng năm không thay đổi)

A. $100\left\lfloor(1{,}13)^5-1\right\rfloor$ (triệu đồng) **B.** $100\left\lfloor(1{,}13)^5+1\right\rfloor$ (triệu đồng)

C. $100\left\lfloor(0{,}13)^5-1\right\rfloor$ (triệu đồng) **D.** $100(0{,}13)^5$ (triệu đồng)

Hướng dẫn giải

Ta có số tiền lãi là $100\left\lfloor(1+13\%)^5-1\right\rfloor=100(1.13^5-1)$. **Chọn A**

Câu 76: Thầy Hùng ĐZ mua một chiếc xe giá 105 triệu. Một công ty tài chính đề nghị Thầy phải trả ngay 1.800.000 đồng tiền mặt 2.900.000 đồng cuối 2 năm tiếp theo và 2.000.000 đồng cuối các năm thứ ba và thứ tư. Biết lãi suất áp dụng là 5,85% hỏi **Thầy Hùng ĐZ** sau bốn năm còn nợ bao nhiêu tiền ?

A. 35,5 triệu đồng **B.** 25 triệu đồng **C.** 4 triệu đồng **D.** 2 triệu đồng

Hướng dẫn giải

Sau khi trả ngay lúc mua xe, Thầy Hùng còn nợ là 8,7 triệu đồng.

Sau hai năm tiếp theo, Thầy Hùng còn nợ là $8,7(1+5,58\%)^2-2,9=6,85$ triệu đồng

Sau năm thứ ba, Thầy Hùng còn nợ là $6,85.(1+5,85\%)-2=5,25$ triệu đồng

Sau năm thứ tư, số tiền Thầy Hùng còn nợ là $5,25(1+5,85\%)-2=3,55$ triệu đồng.

Chọn A

Câu 77: Áp suất không khí P (đo bằng mmHg) suy giảm mũ so với độ cao x (đo bằng mét), tức là P giảm theo công thức $P=P_0.e^{xi}$, trong đó $P_0=760\text{mmHg}$ là áp suất ở mực nước biển $(x=0)$, i là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000m thì áp suất của không khí là 672,71 mmHg. Hỏi áp suất không khí ở độ cao 3000m là bao nhiêu? (Chọn giá trị gần nhất)

A. $P=530\text{mmHg}$ **B.** $P=350\text{mmHg}$

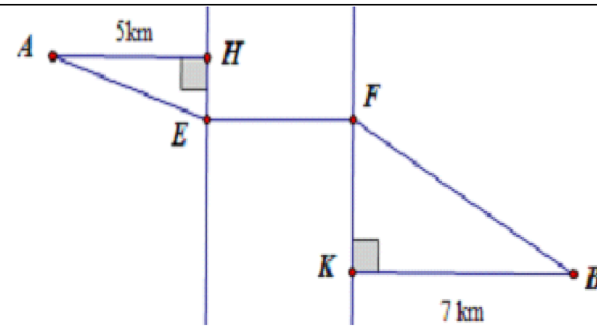
C. $P=430\text{mmHg}$ **D.** $P=340\text{mmHg}$

Hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có: $\begin{cases} P_{1000}=P_0.e^{1000i} \\ P_{3000}=P_0.e^{3000i} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (P_{1000})^3=(P_0)^3.e^{3000i} \\ P_{3000}=P_0.e^{3000i} \end{cases} \Leftrightarrow P_{3000}=\dfrac{(P_{1000})^3}{(P_0)^2}\approx 530$

Đáp án A

Câu 78: Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắt qua sông biết rằng thành phố A cách con sông một khoảng là 5 km và thành phố B cách con sông một khoảng là 7 km (hình vẽ), biết tổng độ dài $HE+HF=24(km)$. Hỏi cây cầu cách thành phố A một khoảng là bao nhiêu để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (i theo đường AEFB)



A. $5\sqrt{3}km$ **B.** $10\sqrt{2}km$ **C.** $5\sqrt{5}km$ **D.** $7,5km$

Hướng dẫn giải

Đặt $HE=x$ và $KF=y$, theo giả thiết ta có $HE+KF=x+y=24$

Xét các tam giác vuông AHE và BKF, ta được $\begin{cases} AE=\sqrt{AH^2+HE^2}=\sqrt{x^2+25} \\ BF=\sqrt{BK^2+KF^2}=\sqrt{y^2+49} \end{cases}$

Vì độ dài cầu EF là không đổi nên để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất theo con đường AEFB thì $AE+EF+FB$ ngắn nhất. Hay $AE+BF$ ngắn nhất.

Ta có $P=AE+BF=\sqrt{x^2+25}+\sqrt{y^2+49}$ với $x+y=24, x>0, y>0$

Cách 1. Sử dụng bất đẳng thức $\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}\ge\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}$ **với mọi** $a,b,c,d\in\mathbb{R}$

Vì $\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}\ge\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}\Leftrightarrow(ad-bc)^2\ge0,\forall a,b,c,d\in\mathbb{R}$

Sử dụng bất đẳng thức trên, ta được $P=\sqrt{x^2+5^2}+\sqrt{y^2+7^2}\ge\sqrt{(x+y)^2+(5+7)^2}=12\sqrt{5}$

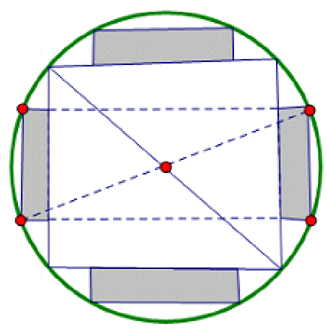
Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\frac{x}{5}=\frac{y}{7}$ suy ra $x=10,y=14$ nên $AE=5\sqrt{5}km$

Cách 2: Với $x+y=24\Leftrightarrow y=24-x\Rightarrow P=f(x)=\sqrt{x^2+25}+\sqrt{x^2-48x+625}$, với $0<x<24$

Có $f'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+25}}+\frac{x-24}{\sqrt{x^2-48x+625}},\forall x\in(0;24);\ f'(x)=0\Leftrightarrow x=10$

Do đó $\min f(x)=12\sqrt{5}\Leftrightarrow x=10\Rightarrow AE=5\sqrt{5}\,km$. **Chọn C.**

Câu 79: Từ một khúc gỗ tròn hình trụ có đường kính bằng 40 cm, cần xả thành một chiếc xà có tiết diện ngang là hình vuông và bốn miếng phụ được tô màu xám như hình vẽ dưới đây. Tìm chiều rộng x của miếng phụ để diện tích sử dụng theo tiết diện ngang là lớn nhất.



A. $x=\frac{3\sqrt{34}-17\sqrt{2}}{2}(cm)$ **B.** $x=\frac{3\sqrt{34}-19\sqrt{2}}{2}(cm)$

C. $x=\frac{5\sqrt{34}-15\sqrt{2}}{2}(cm)$ **D.** $x=\frac{5\sqrt{34}-13\sqrt{2}}{2}(cm)$

Hướng dẫn giải

Diện tích sử dụng theo tiết diện ngang là $S=S_{MNPQ}+4xy$

Cạnh hình vuông $MN=\frac{MP}{\sqrt{2}}=\frac{40}{\sqrt{2}}=20\sqrt{2}\,(cm)$

$\Rightarrow S=\left(20\sqrt{2}\right)^2+4xy=800+4xy$ (1)

Ta có $2x=AB-MN=AB-20\sqrt{2}<BD-20\sqrt{2}=40-20\sqrt{2}\Rightarrow0<x<20-10\sqrt{2}$

Lại có $AB^2+AD^2=BD^2=40^2\Rightarrow\left(2x+20\sqrt{2}\right)^2+y^2=1600$

$\Rightarrow y^2=800-80x\sqrt{2}-4x^2\Rightarrow y=\sqrt{800-80x\sqrt{2}-4x^2}$

Thế vào $(1) \Rightarrow S = 800 + 4x\sqrt{800 - 80x\sqrt{2} - 4x^2} = 800 + 4\sqrt{800x^2 - 80x^3\sqrt{2} - 4x^4}$

Xét hàm số $f(x) = 800x^2 - 80x^3\sqrt{2} - 4x^4$, với $x \in \left(0; 20 - 10\sqrt{2}\right)$ có

$$f'(x) = 1600x - 240x^2\sqrt{2} - 16x^3 = 16x\left(100 - 15x\sqrt{2} - x^2\right)$$

Ta có $\begin{cases} x \in \left(0; 20 - 10\sqrt{2}\right) \\ f'(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left(0; 20 - 10\sqrt{2}\right) \\ 16x\left(100 - 15x\sqrt{2} - x^2\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \dfrac{5\sqrt{34} - 15\sqrt{2}}{2}$

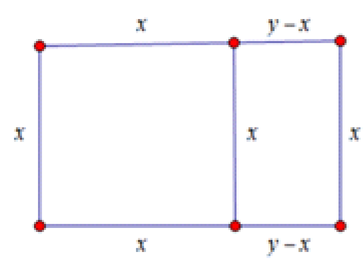
Khi đó $x = \dfrac{5\sqrt{34} - 15\sqrt{2}}{2}$ chính là giá trị thỏa mãn bài toán. **Chọn C.**

Câu 80: Kỳ thi THPT Quốc gia năm 2016 vừa kết thúc, Nam đỗ vào trường đại học Bách Khoa Hà Nội. Kỳ I của năm nhất gần qua, kỳ II sắp đến. Hoàn cảnh không được tốt nên gia đình rất lo lắng về việc đóng học phí cho Nam, kỳ I đã khó khăn, kỳ II càng khó khăn hơn. Gia đình đã quyết định bán một phần mảnh đất hình chữ nhật có chu vi 50 m, lấy tiền lo cho việc học của Nam cũng như tương lai của em. Mảnh đất còn lại sau khi bán là một hình vuông cạnh bằng chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật ban đầu. Tìm số tiền lớn nhất mà gia đình Nam nhận được khi bán đất, biết giá tiền $1m^2$ đất khi bán là 1500000 VN đồng.

A. 112687500 VN đồng. **B.** 114187500 VN đồng. **C.** 115687500 VN đồng. **D.** 117187500 VN đồng

Hướng dẫn giải

Diện tích đất bán ra càng lớn thì số tiền bán được càng cao



Gọi chiều rộng và chiều dài của mảnh đất hình chữ nhật ban đầu lần lượt là $x, y(m), (x, y > 0)$

Chu vi mảnh đất hình chữ nhật ban đầu bằng $50m \Rightarrow 2(x + y) = 50 \Leftrightarrow y = 25 - x$

Bài ra, ta có ngay mảnh đất được bán là một hình chữ nhật có diện tích là

$$S = x(y - x) = x(25 - x - x) = 25x - 2x^2 = -\left(x\sqrt{2} - \frac{25}{2\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{625}{8} \le \frac{625}{8} = 78{,}125$$

Dấu "=" xả ra $\Leftrightarrow x\sqrt{2} - \dfrac{25}{2\sqrt{2}} = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{25}{8} \Rightarrow y = 25 - \dfrac{25}{8} = \dfrac{175}{8}$

Như vậy, diện tích đất nước được bán ra lớn nhất 78,125 m^2.

Khi đó số tiền lớn nhất mà gia đình Nam nhận được khi bán đất là $78,125.1500000 = 117187500$

Câu 81: Thầy Quang dự trù cho việc học tập của con trong tương lai bằng cách gửi tiền bảo hiểm cho con từ lúc con tròn 6 tuổi, hàng thán **Thầy Quang** đều đặn gửi vào cho con 300 000 đồng với lãi suất 0,52% một tháng. Trong quá trình đó Thầy Quang không rút tiền ra. Đến khi con tròn 18 tuổi số tiền đó sẽ dùng cho việc học nghề và làm vốn cho con. Hỏi khi đó số tiền **Thầy Quang** rút ra là bao nhiêu ?

A. 64 392 497 **B.** 65 392 497 **C.** 66 392 497 **D.** 67 392 497

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A:

Áp dụng công thức ta có:

$$T = \frac{300000}{0,52\%}\left[(1+0,52\%)^{(18-6).12} - 1\right](1+0,52\%) = 64\ 392\ 497$$

Câu 82: Ông A muốn rằng sau 8 tháng có 50000 **USD** để xây nhà. Hỏi rằng **Ông A** phải gửi vào ngân hàng mỗi tháng một số tiền (như nhau) bao nhiêu **USD**? Biết lãi suất là 0 25% một tháng?

A. 61800,67 **B.** 62800,67 **C.** 63800,67 **D.** 64800

Hướng dẫn giải

Đáp án A

Gọi số tiền người đó cần gửi ngân hàng hàng tháng là a, lãi suất là $r = 0,25\%$

Ta có: $a\left\lfloor(1+r)^8 + (1+r)^7 + ... + (1+r)\right\rfloor = 50000$

Từ đó tìm được $a = 6180,067$ **(USD)**

Câu 83: Một người gửi vào ngân hàng 100.000.000 vnđ , kì hạn 1 năm thể thức lãi suất kép , với lãi suất 7,5%/ năm . Hỏi nếu để nguyên người gửi không rút tiền ra , và lãi suất không thay đổi thì tối thiểu sau bao nhiêu năm người gửi có được 165.000.000 vnđ

A.9 năm **B**. 6 năm **C.** 8 năm **D**. 7 năm

Hướng dẫn giải:

Ta có: $T = P.(1+r)^n \Leftrightarrow 165 = 100.(1+7.5\%)^n \Leftrightarrow n \approx 6,9$

=>Cần 7 năm để có đủ số tiền như ý

Vậy đáp án là D

Câu 84: Bạn Hùng trúng tuyển vào **Trường Đại học Ngoại Thương** nhưng vì do không đủ nộp học phí nên Hùng quyết định vay ngân hàng trong 4 năm mỗi năm trả 4.000.000 đồng để nộp học phí với lãi xuất 3%/năm. Sau khi tốt nghiệp Đại học bạn Hùng phải trả góp hàng tháng để số tiền *t* (không đổi) cũng với lãi suất 0
25%/tháng trong vòng 5 năm. Tính số tiền (*t*) hàng tháng mà bạn Hùng phải trả cho ngân hàng (Làm tròn đến kết quả hàng đơn vị).

A. 309718166 đồng **B.** 312518166 đồng **C.** 39840212 đồng **D.** 30960414 đồng

Hướng dẫn giải

Đáp án A

Tiền vay từ năm thứ nhất đến lúc ra trường , bạn Hùng nợ ngân hàng : $4000000(1+3\%)^4$

Tiền vay từ năm thứ hai đến lúc ra trường , bạn Hùng nợ ngân hàng : $4000000(1+3\%)^3$

Tiền vay từ năm thứ ba đến lúc ra trường , bạn Hùng nợ ngân hàng : $4000000(1+3\%)^2$

Tiền vay từ năm thứ tư đến lúc ra trường , bạn Hùng nợ ngân hàng : $4000000(1+3\%)$

Vậy sau 4 năm bạn Hùng nợ ngân hàng số tiền là:

$$s = 4000000\left\lfloor (1+3\%)^4 + (1+3\%)^3 + (1+3\%)^2 + (1+3\%) \right\rfloor = 17236543,24$$

Lúc này ta coi như bạn Hùng nợ ngân hàng khoản tiền ban đầu là 17.236.543,24 đồng, số tiền này bắt đầu được tính lãi và được trả góp trong 5 năm .

Ta có công thức:

$$\Rightarrow t = \frac{N(1+r)^n.r}{(1+r)^n - 1} = \frac{17236543,24(1+0,0025)^{60}.0,0025}{(1+0,0025)^{60} - 1} = 309718,166$$

Câu 85: Dân số thế giới được ước tính theo công thức $S = A.e^{n.i}$, trong đó *A* là dân số của năm lấy làm mốc, *S* là số dân sau *n* năm, *i* là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết năm 2016 dân số Việt Nam là 94000000 người, tỉ lệ tăng dân số là $i = 1,06\%$. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm nữa thì dân số Việt Nam vượt quá 100 triệu người với giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi.

A. 6 **B.** 5 **C.** 8 **D.** 7

Hướng dẫn giải

Giả sử sau ít nhất n năm nữa thì dân số Việt Nam vượt quá 100 triệu người, áp dụng công thức trên ta có: $94000000.e^{n.0,0106} > 100000000$. Giải bất phương trình ẩn n suy ra $n > 6$

Đáp án A.

Câu 86: Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2.000.000 đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ tăng thêm giá cho thuê mỗi căn hộ 100.000 đồng một tháng thì sẽ có 2 căn hộ bị bỏ trống. Hỏi muốn có thu nhập cao nhất thì công ty đó phải cho thuê mỗi căn hộ với giá bao nhiêu một tháng.

A. 2.225.000. **B.** 2.100.000 **C.** 2.200.000 **D.** 2.250.000

Hướng dẫn giải

Nếu tăng giá thuê mỗi căn hộ là x (đồng/tháng) thì sẽ có $\frac{2x}{100.000}$ căn hộ bỏ trống.

Khi đó số tiền công ty thu được là: $S=(2.000.000+x)\left(50-\frac{2x}{100.000}\right)$

Xét hàm số $f(x)=(2.000.000+x)\left(50-\frac{2x}{100.000}\right), \forall x>0$

$f'(x)=10-\frac{4x}{100.000}=0 \Leftrightarrow x=250.000$

Hàm số $f(x)$ đặt $\max \Leftrightarrow x=250.000$

Giá tiền thuê mỗi căn hộ là: 2.250.000 đ.

Đáp án: **D.** 2.250.000

Câu 87: Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay, doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe honda Future Fi với chi phí mua vào là 27 (triệu đồng) và bán với giá 31 (triệu đồng) mỗi chiếc. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 (triệu đồng) mỗi chiếc thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định bán với giá bán mới là bao nhiêu triệu đồng để sau khi đã thức hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất?

A. 29. **B.** $29{,}5$. **C.** 32. **D.** 30.5.

Hướng dẫn giải

Giả sử giảm x (triệu đồng) một xe thì số xe bán ra tăng lên là $200x$

Lợi nhuận thu được là $S=(31-x-27)(600+200x)$

Xét hàm số $S(x)=200(4-x)(3+x)=200(12+x-x^2), x>0$

$S'(x)=200(1-\frac{x}{2})=0 \Leftrightarrow x=0.5$

Max $S(x)$ đạt được $\Leftrightarrow x=0.5$.

Vậy doanh nghiệp bán xe với giá là 30.5 triệu đồng.

Đáp án D.

Câu 88: Ta có một miếng tôn phẳng hình vuông với kích thước $a(\text{cm})$, ta muốn cắt đi ở 4 góc 4 hình vuông cạnh bằng $x(cm)$ để uốn thành một hình hộp chữ nhật không có nắp. Phải cắt như thế nào để hình hộp có thể tích lớn nhất?

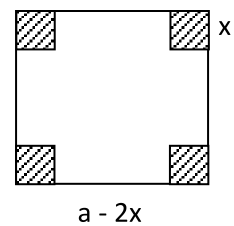
A. $x=\frac{a}{4}$.. **B.** $x=\frac{a}{5}$.. **C.** $x=\frac{a}{6}$. **D.** $x=\frac{a}{7}$..

Hướng dẫn giải

Gọi cạnh của hình vuông bị cắt là $x, (0<x<a)$.

Ta có thể tích hình hộp là: $V = x(a-2x)^2 = \frac{1}{4}4x(a-2x)^2$.

Áp dụng Bất đẳng thức Côsi cho 3 số: $4x, a-2x, a-2x > 0$



Ta có : $V \le \frac{1}{4}\left(\frac{4x+a-2x+a-2x}{3}\right)^3 = \frac{1}{4}.\frac{8a^3}{27} = \frac{2a^3}{27}$

V lớn nhất khi và chỉ khi : $4x = a-2x \Leftrightarrow x = \frac{a}{6}$

Vậy để thể tích hộp lớn nhất, cần cắt bốn góc bốn hình vuông có cạnh $\frac{a}{6}$.

Câu 89: Giả sử rằng mối quan hệ giữa nhu cầu thị trường và sản lượng gạo của một doanh nghiệp X được cho theo hàm $Q_D = 656 - \frac{1}{2}P; Q_D$ là lượng gạo thị trường cần và P là giá bán cho một tấn gạo. Lại biết chi phí cho việc sản xuất được cho theo hàm $C(Q) = Q^3 - 77Q^2 + 1000Q + 100; C$ là chi phí doanh nghiệp X bỏ ra, Q (tấn) là lượng gạo sản xuất được trong một đơn vị thời gian. Để đạt lợi nhuận cao nhất thì doanh nghiệp X cần sản xuất lượng gạo gần với giá trị nào nhất sau đây?

A.51 tấn B. 52 tấn C. 2 tấn D. 3 tấn

Hướng dẫn giải

Do $Q_D > 0 \Rightarrow P < 1312$

Số tiền thu được khi bán Q_D tấn gạo là $Q_D.P = 656P - \frac{1}{2}P^2$

Chi phí sản xuất Q_D tấn là
$$C(Q_D) = Q_D^3 - 77Q_D^2 + 1000Q_D + 100$$
$$= \left(656 - \frac{1}{2}P\right)^3 - 77\left(656 - \frac{1}{2}P\right)^2 + 1000\left(656 - \frac{1}{2}P\right) + 100$$

Suy ra số tiền lãi là : $y = Q_D.P - C(Q_D)$

Lợi nhuận lớn nhất khi y đạt giá trị lớn nhất.

$$y = 656P - \frac{1}{2}P^2 - \left(656 - \frac{1}{2}P\right)^3 + 77\left(656 - \frac{1}{2}P\right)^2 - 1000\left(656 - \frac{1}{2}P\right) - 100$$

$$y' = \frac{3}{2}\left(656 - \frac{1}{2}P\right)^2 - 77\left(656 - \frac{1}{2}P\right) + 1156 - P$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} P = 1208\ (n) \\ P = 1316\ (l) \end{array}\right.$$

Lập bảng biến thiên ta được y đạt giá trị lớn nhất khi $P = 1208$

Vậy $Q_D = 656 - \frac{1}{2}P = 52$ nên chọn B

Câu 90: Người ta khâu ghép các mảnh da hình lục giác đều màu sáng và ngũ giác đều màu sẫm để tạo thành quả bóng như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu mảnh da mỗi loại?

A. 12 hình ngũ giác và 20 hình lục giác
B. 20 hình ngũ giác và 12 hình lục giác
C. 10 hình ngũ giác và 20 hình lục giác
D. 12 hình ngũ giác và 24 hình lục giác

Hướng dẫn giải

Gọi m là số mặt ngũ giác và n là số mặt lục giác.

Khi đó số mặt của hình đa diện là $M = m + n$.

Mỗi mặt ngũ giác tiếp xúc với 5 mặt lục giác, mỗi mặt lục giác tiếp xúc với 3 mặt lục giác khác do đó ta có phương trình: $5m = 3n$.

Số cạnh của đa diện là $C = \frac{5m + 6n}{2}$

Số đỉnh của đa diện là *Đ = 5m*

Theo công thức *Euler* ta có *Đ + M = C + 2* từ đó ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 5m = 3n \\ 5m + m + n = \frac{5m + 6n}{2} + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 12 \\ n = 20 \end{cases}$$

Câu 91: Biết rằng quả bóng có bán kính là 13cm, hãy tính gần đúng độ dài cạnh của các mảnh da. (Hãy xem các mảnh da như các hình phẳng và tổng diện tích các mảnh da đó xấp xỉ bằng diện tích mặt cầu quả bóng)

A. $5,00cm$ B. $5,41cm$ D. $4,8cm$ D. $5,21cm$

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức tính diện tích của đa giác lồi đều *n* cạnh là: $S = \frac{a^2 n}{4\tan\frac{180^0}{4}}$

và công thức tính diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2$ ta được phương trình

$$12.\frac{5a^2}{4\tan\frac{180^0}{5}} + 20.\frac{6a^2}{4\tan\frac{180^0}{6}} = 4.\pi.13^2 \Rightarrow a \approx 5,41cm$$

Câu 92: Một người gửi 10 triệu đồng vào ngân hàng trong thời gian 10 năm với lãi suất 5% một năm. Hỏi rằng người đó nhận được số tiền nhiều hơn hay ít hơn bao nhiêu nếu ngân hàng trả lãi suất $\frac{5}{12}$% một tháng.

A. Nhiều hơn 1811486 đồng. B. Ít hơn 1811486 đồng.
C. Như nhau. D. Nhiều hơn 1811478 đồng.

Hướng dẫn giải

Gọi số a là tiền gửi tiết kiệm ban đầu, r là lãi suất, sau 1 tháng sẽ là: a(1+r)
sau n tháng số tiền cả gốc lãi $T = a(1 + r)^n$

$\Rightarrow$ số tiền sau 10 năm: $10000000(1+\frac{5}{12})^{10} = 162889462,7$ đồng

Số tiền nhận sau 10 năm (120 tháng) với lãi suất 5/12% một tháng:

$$10000000(1 + \frac{5}{12.100})^{120} = 164700949,8 \text{ đồng}$$

$\Rightarrow$ số tiền gửi theo lãi suất 5/12% một tháng nhiều hơn: 1811486,1 đồng
Đáp án: A.

Câu 93: Một người muốn sau 1 năm phải có số tiền là 20 triệu đồng để mua xe. Hỏi người đó phải gửi vào ngân hàng 1 khoản tiền như nhau hàng tháng là bao nhiêu. Biết lãi suất tiết kiệm là 0,27% / tháng.

A. 1637640 đồng. B. 1637639 đồng.
C. 1637641 đồng. D. 1637642 đồng.

Hướng dẫn giải

Xây dựng bài toán: Một người, hàng tháng gửi vào ngân hàng số tiền là a (đồng). Biết lãi suất hàng tháng là m%. Hỏi sau n tháng, người ấy có bao nhiêu tiền?

Cuối tháng thứ I, người đó có số tiền là: $T_1 = a + a.m = a(1 + m)$.

Đầu tháng thứ II, người đó có số tiền là:

$$a(1 + m) + a = a[(1+m)+1] = \frac{a}{[(1+m)-1]}[(1+m)^2-1] = \frac{a}{m}[(1+m)^2-1]$$

Cuối tháng thứ II, người đó có số tiền là:

$$T_2 = \frac{a}{m}[(1+m)^2-1] + \frac{a}{m}[(1+m)^2-1].m = \frac{a}{m}[(1+m)^2-1](1+m)$$

Cuối tháng thứ n, người đó có số tiền cả gốc lẫn lãi là T_n:

$$\boxed{T_n = \frac{a}{m}[(1+m)^n-1](1+m)}$$

$$\boxed{=> a = \frac{T_n.m}{(1+m)\left[(1+m)^n-1\right]}}$$

$$\boxed{=> n = \frac{Ln(\frac{T_n.m}{a}+1+m)}{Ln(1+m)} - 1}$$

Áp dụng công thức với T_n = 20 000000; m = 0,27% = 0,0027; n = 12. ta suy ra:

a = 1 637 639,629 đồng

Đáp án: A.

Câu 94: Một người vay vốn ở một ngân hàng với số vốn là 50 triệu đồng, thời hạn 48 tháng, lãi suất 1,15% trên tháng, tính theo dư nợ, trả đúng ngày qui định. Hỏi hàng tháng, người đó phải đều đặn trả vào ngân hàng một khoản tiền cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu để đến tháng thứ 48 thì người đó trả hết cả gốc lẫn lãi cho ngân hàng?

A. 1361312 đồng. B. 1361313 đồng.
C. 1361314 đồng. D. 1361315 đồng.

Hướng dẫn giải

Gọi số tiền vay của người đó là N đồng, lãi suất m% trên tháng, số tháng vay là n, số tiền phải đều đặn trả vào ngân hàng hàng tháng là a đồng.

- Sau tháng thứ nhất số tiền gốc còn lại trong ngân hàng là: $N\left(1+\frac{m}{100}\right)-a$ đồng.

- Sau tháng thứ hai số tiền gốc còn lại trong ngân hàng là:

$$\left[N.\left(1+\frac{m}{100}\right)-a\right]\left(1+\frac{m}{100}\right)-a=N.\left(1+\frac{m}{100}\right)^2-a.\left[\left(1+\frac{m}{100}\right)+1\right] \text{đồng.}$$

- Sau tháng thứ ba số tiền gốc còn lại trong ngân hàng là:

$$\left\{N.\left(1+\frac{m}{100}\right)^2-a\left[\left(1+\frac{m}{100}\right)+1\right]\right\}\left(1+\frac{m}{100}\right)-a=N\left(1+\frac{m}{100}\right)^3-a\left[\left(1+\frac{m}{100}\right)^2+\left(1+\frac{m}{100}\right)+1\right] \text{ đồng}$$

Tương tự : Số tiền gốc còn lại trong ngân hàng sau tháng thứ n là :

$$N\left(1+\frac{m}{100}\right)^n-a\left[\left(1+\frac{m}{100}\right)^{n-1}+\left(1+\frac{m}{100}\right)^{n-2}+\ldots+\left(1+\frac{m}{100}\right)+1\right] \text{ đồng.}$$

Đặt $y=\left(1+\frac{m}{100}\right)$, thi ta có số tiền gốc còn lại trong ngân hàng sau tháng thứ n sẽ là:

$Ny^n - a(y^{n-1}+y^{n-2}+\ldots+y+1)$. Vì lúc này số tiền cả gốc lẫn lãi đã trả hết nên ta có :

$Ny^n = a(y^{n-1}+y^{n-2}+\ldots+y+1) \Rightarrow$ $\boxed{a=\frac{Ny^n}{y^{n-1}+y^{n-2}+\ldots+y+1}=\frac{Ny^n(y-1)}{y^n-1}}$

Thay bằng số với N = 50 000 000 đồng, n = 48 tháng, y = 1,0115 ta có :a = 1361312,807 đồng.

Đáp án: B.

Câu 95: Một nghiên cứu cho thấy một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ nhớ bao nhiêu % mỗi tháng. Sau *t* tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh được cho bởi công thức $M(t)=75-20\ln(t+1), t\geq 0$ (đơn vị %). Hỏi sau khoảng bao lâu thì nhóm học sinh nhớ được danh sách đó dưới 10%?

A. 24.79 tháng **B.** 23 tháng **C.** 24 tháng **D.** 22 tháng

Hướng dẫn giải

Theo công thức tính tỉ lệ % thì cần tìm t thỏa mãn:

$$75-20\ln(1+t)\leq 10 \Leftrightarrow \ln(t+1)\geq 3.25 \Leftrightarrow t\geq 24.79$$

Đáp án: **A.**

Câu 96: Một công ty vừa tung ra thị trường sản phẩm mới và họ tổ chức quảng cáo trên truyền hình mỗi ngày. Một nghiên cứu thị trường cho thấy, nếu sau *x* quảng cáo được phát thì số % người xem mua sản phẩm là $P(x)=\dfrac{100}{1+49e^{-0.015x}}, x\geq 0$. Hãy tính số quảng cáo được phát tối thiểu để số người mua đạt hơn 75%.

A. 333 **B.** 343 **C.** 330 **D.** 323

Hướng dẫn giải

Khi có 100 quảng cáo phát ra thì tỉ lệ người xem mua sản phẩm là:

$$P(100)=\frac{100}{1+49e^{-1.5}}\approx 9.3799\%$$

Khi có 200 quảng cáo phát ra thì tỉ lệ người xem mua sản phẩm là:

$$P(200)=\frac{100}{1+49e^{-3}}\approx 29.0734\%$$

Khi có 500 quảng cáo phát ra thì tỉ lệ người xem mua sản phẩm là:

$$P(500)=\frac{100}{1+49e^{-7.5}}\approx 97.3614\%$$

Đáp án: **A.**

Câu 97: Ông Năm gửi 320 triệu đồng ở hai ngân hàng X và Y theo phương thức lãi kép. Số tiền thứ nhất gửi ở ngân hàng X với lãi suất $2,1\%$ một quý trong thời gian 15 tháng. Số tiền còn lại gửi ở ngân hàng Y với lãi suất $0,73\%$ một tháng trong thời gian 9 tháng. Tổng lợi tức đạt được ở hai ngân hàng là $27507768,13$ (chưa làm tròn). Hỏi số tiền ông Năm lần lượt gửi ở ngân hàng X và Y là bao nhiêu?

A. 140 triệu và 180 triệu. **B.** 180 triệu và 140 triệu.

C. 200 triệu và 120 triệu. **D.** 120 triệu và 200 triệu.

Hướng dẫn giải

Tổng số tiền cả vốn và lãi (lãi chính là lợi tức) ông Năm nhận được từ cả hai ngân hàng là $347,50776813$ triệu đồng.

Gọi x (triệu đồng) là số tiền gửi ở ngân hàng X, khi đó $320-x$ (triệu đồng) là số tiền gửi ở ngân hàng Y. Theo giả thiết ta có:

$$x(1+0,021)^5+(320-x)(1+0,0073)^9=347,50776813$$

Ta được $x=140$. Vậy ông Năm gửi 140 triệu ở ngân hàng X và 180 triệu ở ngân hàng Y.
Đáp án: A

Câu 98: Để tăng chất lượng cơ sở cho việc dạy học ở fanpage Toán Học Bắc Nam của mình năm học 2017 thầy **T** đã làm hợp đồng vay vốn với ngân hàng với số tiền là 150 triệu đồng với lãi suất m%/tháng . Thầy **T** muốn hoàn nợ lại cho ngân hàng theo cách sau đúng một tháng kể từ ngày thầy **T** vay vốn thầy **T** bắt đầu hoàn nợ hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau một tháng số tiền hoàn nợ mỗi tháng là như nhau và cách nhau 5 tháng kể từ ngày thầy **T** bắt đầu kí hợp đồng vay vốn số tiền mỗi lần thầy **T** phải trả cho ngân hàng là 30072 triệu đồng biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian thầy **T** hoàn nợ vậy giá trị của m gần đúng với giá trị nào sau đây nhất:

A. 0,09% /tháng **B**. 0,08% /tháng **C**. 0,07% /tháng **D**. 0,1% /tháng

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức tính lãi suất trả trong hàng tháng theo định kỳ

"Vay A đồng lãi r/tháng, hỏi phải trả bao nhiêu hàng tháng để sau n tháng thì trả hết nợ (trả tiền định kỳ vào cuối tháng)"

Ta có công thức tính như sau.

$$a=\frac{A.r(1+r)^n}{(1+r)^n-1} <=> 30,072=\frac{150.r\%.(1+r\%)^5}{(1+r\%)^5-1} => r\% \approx 0,08\%$$

Câu 99: Hiện tại hệ thống các cửa hàng điện thoại của Thế giới di động đang bán Iphone 7 32GB với giá 18.790.000đ. Người mua có thể chọn 03 hình thức mua điện thoại. Hình thức 1 trả tiền ngay lập tức 18.790.000đ. Hình thức 2 trả trước 50% còn lại 50% chia đều cho 08 tháng mỗi tháng, tiền phí bảo hiểm 64.500đ/tháng. Hình thức 3 trả trước 30%, số tiền còn lại chia đều cho 12 tháng, tiền bảo hiểm 75.500đ/tháng. Nếu lãi suất ở hình thức 2 là 0%, thì tổng số tiền hàng tháng khách hàng phải trả là(làm tròn đến 500đ).

A. 1.238.500đ **B.** 1.174.000đ **C.** 1.283.500đ **D.** 1.238.000đ

Hướng dẫn giải

Ở hình thức số 2 số tiền khách phải trả ngay là 18.790.000đ x 0,5 = 9.395.000đ
Số tiền còn lại phải trả trong 8 tháng là: 9.395.000đ
Tiền lãi là 0% có nghĩa là số tiền còn lại chia đều trong 8 tháng
Vậy mỗi tháng phải trả góp là: 9.395.000đ + 64.500đ = 1.2385.500đ
Đáp án **A.**

Câu 100: Hiện tại hệ thống các cửa hàng điện thoại của Thế giới di động đang bán Iphone 7 32GB với giá 18.790.000đ. Người mua có thể chọn 03 hình thức mua điện thoại. Hình thức 1 trả tiền ngay lập tức 18.790.000đ. Hình thức 2 trả trước 50% còn lại 50% chia đều cho 08 tháng mỗi tháng, tiền phí bảo hiểm 64.500đ/tháng. Hình thức 3 trả trước 30%, số tiền còn lại chia đều cho 12 tháng, tiền bảo hiểm 75.500đ/tháng. Nếu lãi suất ở hình thức 3 là 1,37%/tháng, thì tổng số tiền hàng tháng khách hàng phải trả là(làm tròn đến 500đ).

A. 1.351.500đ **B.** 1.276.000đ **C.** 1.276.500đ **D.** 1.352.000đ

Hướng dẫn giải

Số tiền khách phải trả ngay lúc đầu theo hình thức mua thứ 3 là:

18.790.000đ x 0,3 = 5.637.000đ

Số tiền còn lại phải trả trong 12 tháng là: 18.790.000đ – 5.637.000đ = 13.153.000đ

Lãi suất 1,37%/tháng

Vậy lãi suất 1 năm là : 12 x 1,37% = 16,44%/năm

Tổng số tiền phải trả cả lãi là : 13.153.000đ x (1+ 16,44%) = 15.315.353,2đ

Mỗi tháng người mua phải trả góp số tiền là : 15.315.353,2 : 12 = 1.276.279đ làm tròn thành 1.276.000đ

Kể cả tiền bảo hiểm tổng số tiền người mua phải nộp 1 tháng là:

1.276.000đ +75.500đ = 1.351.500đ

Đáp án **A.**

Câu 101: Hiện tại hệ thống các cửa hàng điện thoại của Thế giới di động đang bán Iphone 7 32GB với giá 18.790.000đ. Người mua có thể chọn 03 hình thức mua điện thoại. Hình thức 1 trả tiền ngay lập tức 18.790.000đ. Hình thức 2 trả trước 50% còn lại 50% chia đều cho 08 tháng mỗi tháng, tiền phí bảo hiểm 64.500đ/tháng. Hình thức 3 trả trước 30%, số tiền còn lại chia đều cho 12 tháng, tiền bảo hiểm 75.500đ/tháng. Nếu lãi suất ở hình thức 2 là 0%, thì số tiền khách hàng phải trả khi mua sản phẩm là .

A. 19.303.000đ **B.** 18.790.000đ **C.** 21.855.000đ **D.** 19.855.000đ

Hướng dẫn giải

Số tiền ban đầu khách phải trả khi mua theo hình thức 2 là : 9.395.000đ (một nửa số tiền)

Với lãi suất 0% trong 8 tháng người khách hàng phải trả một nửa số tiền còn lại và tiền bảo hiểm trong 8 tháng

Vậy tổng số tiền khách phải trả để mua hàng theo hình thức 2 là

9.393.000đ x 2 + 64.500đ x 8 = 19.303.000đ

Số tiền này nhiều hơn so với mua ngay sản phẩm là 513.000đ

Đáp án **A.**

Câu 102: Hiện tại hệ thống các cửa hàng điện thoại của Thế giới di động đang bán Iphone 7 32GB với giá 18.790.000đ. Người mua có thể chọn 03 hình thức mua điện thoại. Hình thức 1 trả tiền ngay lập tức 18.790.000đ. Hình thức 2 trả trước 50% còn lại 50% chia đều cho 08 tháng mỗi tháng, tiền phí bảo hiểm 64.500đ/tháng. Hình thức 3 trả trước 30%, số tiền còn lại chia đều cho 12 tháng, tiền bảo hiểm 75.500đ/tháng. Nếu lãi suất ở hình thức 3 là 1,37%/tháng, thì số tiền khách hàng phải trả khi mua sản phẩm là(làm tròn đến 500đ).

A. 21.858.000đ B. 20.952.000đ C. 19.303.000đ D. 21.800.000đ

Hướng dẫn giải

Lãi suất 1 năm của hình thức số 3 là: 12 x 1,37% = 16,44%

Số lãi này tính vào số tiền khách hàng chưa trả được ngay khi mua điện thoại.

Tức là tính vào 18.790.000đ x 0,7 = 13.153.000đ

Tổng số tiền cả lãi là: 13.153.000đ x (1+ 16,44%) = 15.315.353,2đ

Tổng số tiền người mua phải trả là:

Số tiền trả ngay ban đầu + số tiền cả lãi trong 12 tháng + số tiền bảo hiểm 12 tháng

= 5.637.000đ + 15.315.353,2đ + 75.500đ x12 = 21.858.353,2đ

Làm tròn thành 21.858.000đ – Giá này đắt hơn mua ngay 3.068.000đ

Đáp án **A.**

Câu 103: Hiện tại hệ thống các cửa hàng điện thoại của Thế giới di động đang bán Iphone 7 32GB với giá 18.790.000đ. Người mua có thể chọn 03 hình thức mua điện thoại. Hình thức 1 trả tiền ngay lập tức 18.790.000đ. Hình thức 2 trả trước 50% còn lại 50% chia đều cho 08 tháng mỗi tháng tiền phí bảo hiểm 64.500đ/tháng lãi suất của hình thức này là 0%. Hình thức 3 trả trước 30% số tiền còn lại chia đều cho 12 tháng tiền bảo hiểm 75.500đ/tháng. Sau 12 tháng tổng số tiền người mua phải trả là 21.858.000đ. Hỏi người mua trả góp theo hình thức 3 phải mua trả góp với lãi suất bao nhiêu phần trăm / tháng (làm trong đến hàng thập phân số 2)?

A. 1,37% **B.** 1,644% **C.** 12% **D.**2,42%

Hướng dẫn giải

Số tiền bảo hiểm 12 tháng là: 12x 75.500đ = 906.000đ

Số tiền khách hàng trả ngay ban đầu là: 18.790.000đ x 0,3 = 5.637.000đ

Số tiền tính cả lãi khách hàng phải trả là:

21.858.000đ – 5.637.000đ – 906.000đ = 15.315.000đ

Số tiền thực phải trả: 18.790.000đ x 0,7 = 13.153.000đ

Số tiền lãi trong 12 tháng phải trả là: 15.315.000đ – 13.153.000đ = 2.162.000đ

Lãi suất 1 năm là: (2.162.000 : 13.153.000)x100% = 16,44 %

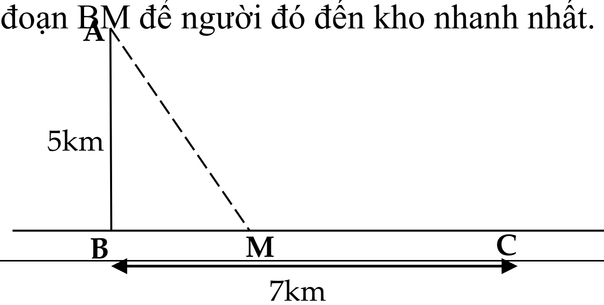
Vậy lãi suất 1 tháng là : 16,44 : 12 = 1,37%

Đáp án **A.**

Câu 104: Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng AB 5km. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 7km. Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến điểm M trên bờ biển với vận tốc 4km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 6km/h (xem hình vẽ dưới đây). Tính độ dài đoạn BM để người đó đến kho nhanh nhất.

A. $\frac{\sqrt{74}}{4}$ B. $\frac{29}{12}$

C. $\sqrt{29}$ D. $2\sqrt{5}$



Hướng dẫn giải

Trước tiên, ta xây dựng hàm số $f(x)$ là hàm số tính thời gian người canh hải đăng phải đi.

Đặt $BM = x$ thì ta được: $MC = 7 - x,\ AM = \sqrt{x^2 + 25}$. Theo đề bài, Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến điểm M trên bờ biển với vận tốc 4km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 6km/h , như vậy ta có hàm số $f(x)$ được xác định như sau:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2+25}}{4} + \frac{7-x}{6} = \frac{3\sqrt{x^2+25} - 2x + 14}{12} \quad \text{với } x \in [0;7]$$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ để có được thời gian ngắn nhất và từ đó xác định được vị trí điểm M.

$$f'(x) = \frac{1}{12}\left(\frac{3x}{\sqrt{x^2+25}} - 2\right).$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3x}{\sqrt{x^2+25}} - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x - 2\sqrt{x^2+25} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x^2+25} = 3x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 = 100 \\ x \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2\sqrt{5} \\ x \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{5}.$$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;7]$ và ta có:

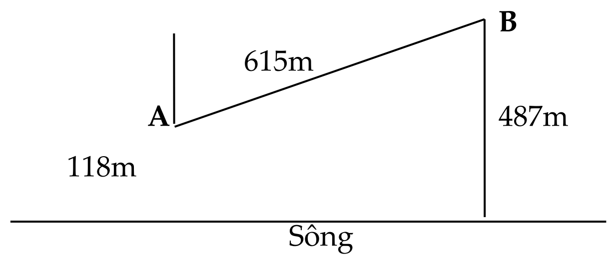
$$f(0) = \frac{29}{12},\ f\left(2\sqrt{5}\right) = \frac{14+5\sqrt{5}}{12},\ f(7) = \frac{\sqrt{74}}{4}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ là $\frac{14+5\sqrt{5}}{12}$ tại $x = 2\sqrt{5}$. Khi đó thời gian đi là ít nhất và điểm M nằm cách B một đoạn $BM = x = 2\sqrt{5}$.

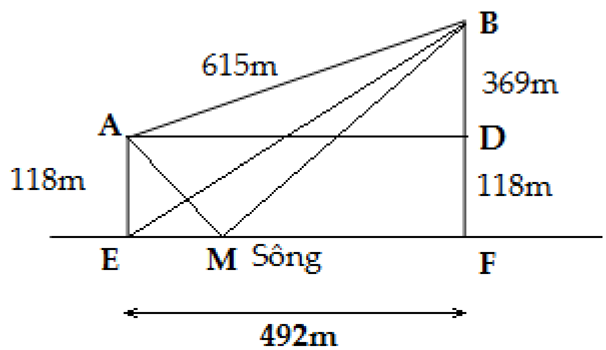
Vậy đáp án là **D**.

Câu 105: Cho hai vị trí A, B cách nhau 615m, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là 118m và 487m. Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước và mang về B. Đoạn đường ngắn nhất mà người đó phải đi là:

A. 569,5m
B. 671,4m
C. 779,8m
D. 741,2m



Hướng dẫn giải



Ta giả sử người đó đi từ A đến M để lấy nước và đi từ M về B.

Ta dễ dàng tính được $BD = 369$, $EF = 492$. Ta đặt $EM = x$, khi đó ta được:

$MF = 492 - x$, $AM = \sqrt{x^2 + 118^2}$, $BM = \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}$.

Như vậy ta có hàm số $f(x)$ được xác định bằng tổng quãng đường AM và MB:

$f(x) = \sqrt{x^2 + 118^2} + \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}$ với $x \in [0;492]$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ để có được quãng đường ngắn nhất và từ đó xác định được vị trí điểm M.

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} - \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}}.$$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2+118^2}}-\frac{492-x}{\sqrt{(492-x)^2+487^2}}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2+118^2}}=\frac{492-x}{\sqrt{(492-x)^2+487^2}}$$

$$\Leftrightarrow x\sqrt{(492-x)^2+487^2}=(492-x)\sqrt{x^2+118^2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2\left[(492-x)^2+487^2\right]=(492-x)^2\left(x^2+118^2\right) \\ 0\le x\le 492 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (487x)^2=(58056-118x)^2 \\ 0\le x\le 492 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{58056}{605} \; hay \; x=-\frac{58056}{369} \\ 0\le x\le 492 \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{58056}{605}$$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;492]$. So sánh các giá trị của $f(0)$, $f\left(\frac{58056}{605}\right)$, $f(492)$ ta có giá trị nhỏ nhất là $f\left(\frac{58056}{605}\right)\approx 779,8m$

Khi đó quãng đường đi ngắn nhất là xấp xỉ 779,8m.

Vậy đáp án là **C**.

Câu 106: Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước 50cm X 120cm, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều (xem hình dưới đây):

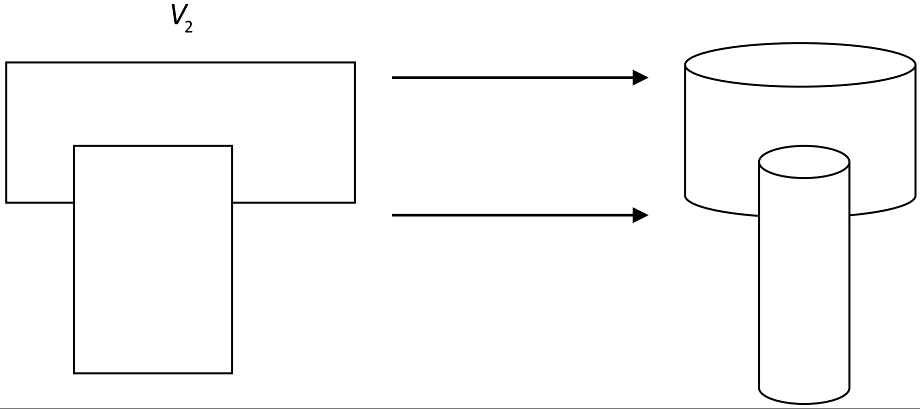
Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng có chiều cao 50cm. (Hình 1)

Cách 2: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng có chiều cao 120cm. (Hình 2)

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là thể tích của thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$

(Hình 1)

(Hình 2)



A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3}{2}$

B. $\frac{V_1}{V_2}=1$

C. $\frac{V_1}{V_2}=2$

D. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{12}{5}$

Hướng dẫn giải

Ta có:

$V_1=S.h=\left(\frac{120}{2\pi}\right)^2.\pi.50$

$V_1=S.h=\left(\frac{50}{2\pi}\right)^2.\pi.120$

$\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\frac{12}{5}$.

Vậy đáp án là **D**.

Câu 107: Một công ty sản xuất một loại cốc giấy hình nón có thể tích 27cm^3. Với chiều cao h và bán kính đáy là r. Tìm r để lượng giấy tiêu thụ ít nhất

A $r=\sqrt[4]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$

B. $r=\sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$

C. $r=\sqrt[4]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$

D. $r=\sqrt[6]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$

Hướng dẫn giải

Ta có thể tích của cốc giấy hình nón đó là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=27\Leftrightarrow h=\frac{3^4}{\pi r^2}$

Khi đó, diện tích xung quanh của cốc giấy là

$s_{xq}=\pi rl=\pi r\sqrt{r^2+h^2}$

$=\pi r\sqrt{r^2+\frac{3^8}{\pi^2r^4}}=\sqrt{\pi^2r^4+\frac{3^8}{r^2}}$

Để lượng giấy tiêu thụ ít nhất, nghĩa là diện tích xung quanh của cốc giấy là nhỏ nhất.

Đặt $s_{xq}=f(r)$. Ta tìm giá trị nhỏ nhất của $f(r)$

Ta có $f'(r)=\dfrac{4\pi^2r^3-\frac{2.3^8}{r^3}}{2\sqrt{\pi^2r^4+\frac{3^8}{r^2}}}=\dfrac{2\pi^2r^3-\frac{3^8}{r^3}}{\sqrt{\pi^2r^4+\frac{3^8}{r^2}}}$

$f'(r)=0\Leftrightarrow 2\pi^2r^3-\frac{3^8}{r^3}=0\Leftrightarrow r=\sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$

Dựa vào bảng biến thiên của $f(r)$, ta kết luận $r=\sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy đáp án là **B**.

Câu 108: Khi nuôi một loại virus trong một dưỡng chất đặc biệt sau một khoảng thời gian, người ta nhận thấy số lượng virus có thể được ước lượng theo công thức $m(t)=m_0.2^{kt}$, trong đó m_0 là số lượng virus (đơn vị "con") được nuôi tại thời điểm ban đầu; k là hệ số đặc trưng của dưỡng chất đã sử dụng để nuôi virus; t là khoảng thời gian nuôi virus (tính bằng phút). Biết rằng sau 2 phút, từ một lượng virus nhất định đã sinh sôi thành đàn 112 con, và sau 5 phút ta có tổng cộng 7168 con virus. Hỏi sau 10 phút nuôi trong dưỡng chất này, tổng số virus có được là bao nhiêu?

A. $7.340.032$ con. B. 874.496 con.
C. $2.007.040$ con. D. $4.014.080$ con.

Hướng dẫn giải

Theo công thức $m(t)=m_0 2^{kt}$ ta có:

$$\begin{cases}112=m(2)=m_0.2^{2k}\\7168=m(5)=m_0.2^{5k}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m_0=7\\k=2\end{cases}.$$

Vậy sau 10 phút, tổng số virus có được là suy ra $m(10)=7.2^{2\times10}=7.340.032$ con.

Đáp án: A.

Câu 109: Số các chữ số của số 2^{337549} là bao nhiêu?

A.101.613 chữ số. B. 233.972 chữ số. C. 101.612 chữ số. D. 233.971 chữ số.

Hướng dẫn giải

Số các chữ số của số n được cho bởi công thức $[\log n]+1$, trong đó $[x]$ là phần nguyên của số thực x, ví dụ $[2,99]=2$, $[3,01]=3$. Vậy số các chữ số của 2^{337549} là

$$\left[\log 2^{337549}\right]+1=\left[337549\log 2\right]+1=101.613$$

Đáp án: A.

Câu 110: Mức lương khởi điểm của một nhân viên văn phòng là 6 triệu đồng. Công ty quy định cứ sau khi kết thúc 12 tháng hợp đồng thì tiền lương của người này sẽ tăng lên 7%. Biết rằng thuế thu nhập cá nhân của người hưởng lương tại một tháng bất kỳ được tính như sau:Lấy tiền lương tại tháng này trừ đi 3,6 triệu đồng được khoản A.Nếu $A>5$ triệu đồng thì người này đóng một lượng tiền thuê là $5\%\times A$.[1]Vậy ở năm làm việc thứ bao nhiêu thì anh này bắt đầu đóng thuế? Và tại năm đó mỗi tháng anh phải đóng thuế bao nhiêu (làm tròn đến đơn vị trăm đồng)?

A. Bắt đầu đóng thuế ở năm thứ 6 tiền thuế phải đóng mỗi tháng là 270.200 đồng.
B. Bắt đầu đóng thuế ở năm thứ 6 tiền thuế phải đóng mỗi tháng là 450.200 đồng.
C. Bắt đầu đóng thuế ở năm thứ 5 tiền thuế phải đóng mỗi tháng là 240.800 đồng.
D. Bắt đầu đóng thuế ở năm thứ 5 tiền thuế phải đóng mỗi tháng là 420.800 đồng.

Hướng dẫn giải

[1] Cách tính thuế này không nằm trong Luật pháp của nước CHXHCN Việt Nam, chỉ nhằm mục đích giáo dục cho học sinh về sự hiện diện và cách tạm tính thuế thu nhập cá nhân.

Để tính năm mà người này bắt đầu phải đóng thuế, ta tìm nghiệm nguyên dương n bé nhất của bất phương trình $6\times(1+7\%)^n-3,6>5$.

Dễ thấy $n>5,32$ (xấp xỉ), nghĩa là vào năm thứ 6 thì anh này bắt đầu đóng thuế. Mức thuế phải đóng là

$$\left[6\times(1+7\%)^6-3,6\right]\times5\%\approx270.200 \text{ đồng}$$

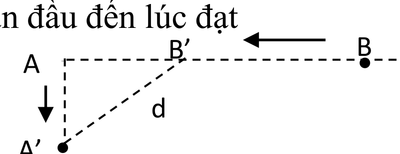
Đáp án: A.

Câu 111: Hai con tàu đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 5 hải lí. Tàu thứ nhất chạy theo hướng nam với vận tốc 6 hải lí/giờ, còn tàu thứ 2 chạy theo hướng về tàu thứ nhất với vận tốc 7 hải lí/giờ. Hỏi sau bao lâu khoảng cách giữa hai con tàu là lớn nhất?

A. $\frac{7}{17}$ giờ. B. $\frac{17}{7}$ giờ. C. 2 giờ. D. 3 giờ.

Hướng dẫn giải

Gọi d là khoảng cách lớn nhất giữa hai con tàu và t là thời gian từ ban đầu đến lúc đạt khoảng cách đó.



Ta có: $d=A'B'=\sqrt{AB'^2+AA'^2}=\sqrt{(AB-BB')^2+AA'^2}$, trong đó:

$AB=5;BB'=7t;AA'=6t$ (BB' và AA' lần lượt là quãng đường của tàu 2 và tàu 1 đi được trong thời gian t).

Suy ra, $d=\sqrt{(5-7t)^2+(6t)^2}$. Khảo sát hàm d với $t>0$ ta tìm được kết quả d đạt GTLN tại $t=\frac{7}{17}$.

Đáp án: A.

Câu 112: Một đĩa tròn bằng thép trắng có bán kính bằng R. Người ta phải cắt đĩa theo một hình quạt, sau đó gấp lại thành hình nón để làm một cái phễu. Cung tròn của hình quạt bị cắt đi phải bằng bao nhiêu độ để thể tích cái phễu lớn nhất?

A. $\approx66^o$ B. $\approx294^o$ C. $\approx12,56^o$ D. $\approx2,8^o$

Hướng dẫn giải

Gọi x là độ dài đường tròn đáy của cái phễu (bằng chu vi đĩa tròn trừ đi độ dài cung hình quạt bị cắt đi) $\Rightarrow x=2\pi r\Rightarrow r=\frac{x}{2\pi}$ (r là bán kính đường tròn đáy hình nón).

Đường sinh của hình nón chính bằng bán kính đĩa là R.

Đường cao hình nón: $h=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{R^2-\frac{x^2}{4\pi^2}}\Rightarrow V=\frac{1}{3}\pi r^2.h=\frac{1}{3}\pi\frac{x^2}{4\pi^2}.\sqrt{R^2-\frac{x^2}{4\pi^2}}$

Khảo sát hàm V ta tìm được V đạt GTLN khi $x=\frac{2\pi}{3}R\sqrt{6}$.

Suy ra, độ dài cung hình quạt bị cắt là: $2\pi R-\frac{2\pi}{3}R\sqrt{6}\Rightarrow\alpha=\frac{2\pi R-\frac{2\pi}{3}R\sqrt{6}}{2\pi R}.360\approx 66^o$

Đáp án: A.

Câu 113: Chi phí về nhiên liệu của một tàu được chia làm hai phần. Trong đó phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 ngàn đồng/giờ. Phần thứ hai tỷ lệ thuận với lập phương của vận tốc, khi v = 10km/h thì phần thứ hai bằng 30 ngàn đồng/giờ. Hãy xác định vận tốc của tàu để tổng chi phí nguyên liệu trên 1 km đường là nhỏ nhất?

A. $\approx 15(km/h)$. B. $\simeq 8(km/h)$.

C. $\approx 20(km/h)$. D. $\approx 6.3(km/h)$.

Hướng dẫn giải

Gọi $x(km/h)$ là vận tốc của tàu $\Rightarrow$ thời gian tàu đi $1km$ là $\frac{1}{x}$ giờ.

Phần chi phí thứ nhất là: $480.\frac{1}{x}=\frac{480}{x}$ (ngàn).

Giả sử, phần chi phí thứ 2 kí hiệu là y thì $y=kx^3\Rightarrow k=\frac{y}{x^3}$.

Với $x=10\Rightarrow y=\frac{1}{10}.30=3$ (ngàn) $\Rightarrow k=\frac{3}{1000}=0,003\Rightarrow y=0,003x^3$.

Do đó, tổng chi phí là: $T=\frac{480}{x}+0,003x^3$. Khảo sát T ta tìm được T đạt GTNN khi $x\approx 15(km/h)$.

Đáp án A.

Câu 114: Một chất điểm chuyển động thẳng theo phương trình $S(t)=t^3-3t^2-24t$, trong đó *t* tính bằng giây (*s*) và *S* tính bằng mét (*m*). Gia tốc của chuyển động tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là:

A. $18m/s^2$. **B.** $-18m/s^2$. **C.** $-6m/s^2$. **D.** $6m/s^2$.

Hướng dẫn giải

Ta có vận tốc $v(t)=S'(t)=3t^2-6t-24$. Vận tốc triệt tiêu khi $v(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=4\\t=-2\ (L)\end{array}\right.$

Gia tốc $a(t)=v'(t)=6t-6$. Vậy gia tốc tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là $a(4)=6.4-6=18m/s^2$ **Đáp án A.**

Câu 115: Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S(t)=\frac{-1}{4}t^4+3t^2-2t-4$, trong đó *t* tính bằng giây (*s*) và *S* tính bằng mét (*m*). Tại thời điểm nào, vận tốc của chuyển động đạt giá trị lớn nhất?

A. $t=\sqrt{2}$. B. $t=1$. C. $t=\sqrt{3}$. D. $t=2$.

Hướng dẫn giải

Ta có vận tốc $v(t)=S'(t)=-t^3+6t-2$. $v'(t)=-3t^2+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\sqrt{2}\\t=-\sqrt{2}\ (L)\end{array}\right.$. Lập bảng biến thiên ta có $v(t)$ đạt giá trị lớn nhất khi $t=\sqrt{2}$. Đáp án A

Câu 116: Cần phải đặt một ngọn đèn ở phía trên và chính giữa một cái bàn hình tròn có bán kính a. Hỏi cần phải treo đèn ở độ cao bao nhiêu để mép bàn được nhiều ánh sáng nhất? Biết rằng cường độ ánh sáng C được biểu thị bằng công thức $C=k\dfrac{\sin\alpha}{r^2}$, trong đó α là góc nghiêng giữa tia sáng và mép bàn, k là hằng số tỉ lệ chỉ phụ thuộc vào nguồn sáng.

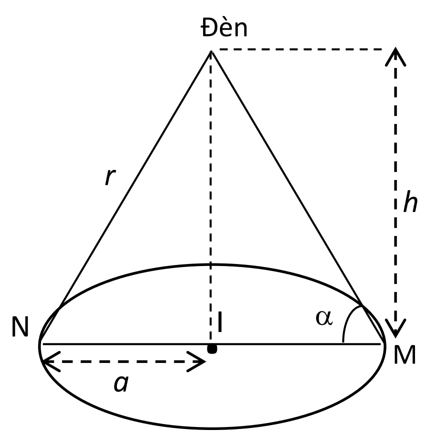
A. $h=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $h=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Gọi h là độ cao của đèn so với mặt bàn $(h>0)$. Các kí hiệu như trên hình vẽ, ta có $\sin\alpha=\dfrac{h}{r}$ và $h^2=r^2-a^2$. Suy ra cường độ ánh sáng là $C=C(r)=k\dfrac{\sqrt{r^2-a^2}}{r^3}\ (r>0)$. Ta cần tìm r sao cho $C(r)$ đạt giá trị lớn nhất. Ta có $C'(r)=k\dfrac{-2r^2+3a^2}{r^4\sqrt{r^2-a^2}}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}r=a\sqrt{\dfrac{3}{2}}\\r=-a\sqrt{\dfrac{3}{2}}\ (L)\end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên ta có $C(r)$ đạt giá trị lớn nhất khi $r=a\sqrt{\dfrac{3}{2}}$, suy ra $h=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Đáp án A.



Câu 117: Một người gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất ban đầu là 5%/ năm và lãi hàng tháng được nhập vào vốn. Cứ sau 2 năm, lãi suất giảm 0,2%. Hỏi sau 6 năm, tổng số tiền người đó nhận được gần với số nào nhất sau đây?

A. $119{,}5$ triệu đồng. **B.** $132{,}5$ triệu đồng. **C.** 132 triệu đồng. **D.** 119 triệu đồng.

Hướng dẫn giải

Gọi số tiền ban đầu là A .

Sau 2 năm đầu, người đó nhận được số tiền là $A\cdot 1,05^2$

Sau 2 năm tiếp theo, người đó nhận được số tiền là $A\cdot 1,05^2\cdot 1,048^2$

Sau 2 năm tiếp theo, người đó nhận được số tiền là $A\cdot 1,05^2\cdot 1,048^2\cdot 1,046^2\approx 132,484$ triệu

Vậy, chọn đáp án **B**.

Câu 118: Lãi suất của một ngân hàng là 6% / năm và $1,4\%$ / quý. Ông A gửi 100 triệu với lãi suất tính theo năm, ông B gửi 100 triệu với lãi suất tính theo quý. Hỏi sau 2 năm, số tiền nhận được của ông A hơn ông B gần với số nào nhất sau đây biết rằng trong khoảng thời gian đó, lãi suất không thay đổi, người gửi không rút lãi tiền lãi sau mỗi kỳ được nhập vào vốn ban đầu?

A. 596 ngàn đồng. **B**. 595 ngàn đồng.

C. 600 ngàn đồng. **D**. 590 ngàn đồng.

Hướng dẫn giải: 2 năm = 8 quý.

Sau 2 năm, số tiền ông A nhận được là $100\cdot 1,06^2$ triệu đồng

Sau 2 năm, số tiền ông B nhận được là $100\cdot 1,014^8$ triệu đồng

Vậy, sau 2 năm số tiền ông A nhận được hơn ông B là

$\left(100\cdot 1,06^2-100\cdot 1,014^8\right)\cdot 1000\approx 595,562$ nghìn đồng

Vậy, chọn đáp án **A.**

Câu 119: Ông An gửi 100 triệu vào tiết kiệm trong một thời gian khá lâu mà không rút ra với lãi suất ổn định trong mấy chục năm qua là 10%/ 1 năm. Tết năm nay do ông kẹt tiền nên rút hết ra để gia đình đón Tết. Sau khi rút cả vốn lẫn lãi, ông trích ra gần 10 triệu để sắm sửa đồ Tết trong nhà thì ông còn 250 triệu.Hỏi ông đã gửi tiết kiệm bao nhiêu lâu?

A. 10 B. 15 C. 17 D. 20

Hướng dẫn giải

Gọi n là số năm ông An đã gửi tiền. Khi đó, số tiền ông rút ra là: $100(1+0,1)^n=100.1,1^n$ triệu.

Theo giả thiết ta có: $250\le 100.1,1^n\le 260$ hay $\log_{1,1}2,5\le n\le \log_{1,1}2,6$ nên n = 10.

Đáp án: A.

Câu 120: Một ô tô đang chạy với tốc độ 36 km/h thì hãm pham, chuyển động chậm dần đều với phương trình vận tốc $v=10-0,5t\,(m/s)$. Hỏi ô tô chuyển động được quãng đường bao nhiêu thì dừng lại?

A. 100 m. B. 200 m C. 300 m D. 400 m

Hướng dẫn giải

Ta có: $v_o=36km/h=10m/s$ ứng với $t_o=0$, $v_1=10-0,5t_1=0$ nên $t_1=20$

Do đó: quãng đường $s=\int_0^{20}(10-0,5t)dt=100(m)$.

Đáp án: A.

Câu 121: Cường độ một trận động đất M(richer) được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$ với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 một biên độ chuẩn. Đầu thế kỉ 20 một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richer. Trong cùng năm đó một trận động đất khác ở Nam Mỹ có biên độ mạnh gấp 4 lần. Cường độ của trận động đât ở Nam mỹ là:

A.8,9 B. 33,2 C. 2,075 D. 11

Hướng dẫn giải

Theo công thức tính $M = \log A - \log A_0 = \log \dfrac{A}{A_o}$.

Ta có: $M_F = \log \dfrac{A_F}{A_o} = 8$ và $A_{NM} = 4A_F$ nên $M_{NM} = \log \dfrac{A_{NM}}{A_o} = \log \dfrac{4A_F}{A_o} = \log 4 + \log \dfrac{4A_F}{A_o} \simeq 8,9$

Đáp án: A.

Câu 122: Một sợi dây có chiều dài 28 m là được cắt thành hai đoạn để làm thành một hình vuông và một hình tròn. Tính chiều dài của đoạn dây làm thành hình vuông được cắt ra sao cho tổng diện của hình vuông và hình tròn là tối thiểu?

A. 14. **B.** $\dfrac{196}{4+\pi}$. **C.** $\dfrac{112}{4+\pi}$. **D.** $\dfrac{28\pi}{4+\pi}$

Hướng dẫn giải

Gọi $l\left(0<l<28\right)$ là chiều dài đoạn dây làm thành hình vuông. Khi đó đoạn dây làm thành hình tròn có chiều dài là $28-l$.

Cạnh hình vuông là $\dfrac{l}{4}$, bán kính hình tròn là $\dfrac{1}{2\pi}\left(28-l\right)$.

Tổng diện tích $S\left(l\right)=\dfrac{l^2}{16}+\dfrac{1}{4\pi}\left(28-l\right)^2$, suy ra $S'\left(l\right)=\dfrac{1}{8}-\dfrac{1}{2\pi}\left(28-l\right)$.

Cho $S'\left(l\right)=0$, ta được $l=\dfrac{112}{4+\pi}$, suy ra chiều dài đoạn dây còn lại là $\dfrac{28\pi}{4+\pi}$.

Kiểm tra lại bằng đạo hàm cấp 2, $S''\left(\dfrac{112}{\pi+4}\right)>0$

Vậy S đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\dfrac{196}{4+\pi}$ khi $x=\dfrac{112}{4+\pi}$.

Câu 123: Một viên đá được bắn thẳng đứng lên trên với vận tốc ban đầu là 40 m/s từ một điểm cao 5 m cách mặt đất. Vận tốc của viên đá sau t giây được cho bởi công thức $v\left(t\right)=40-10t$ m/s. Tính độ cao lớn nhất viên đá có thể lên tới so với mặt đất.

A. 85 m . **B.** 80 m . **C.** 90 m . **D.** 75 m .

Hướng dẫn giải

Gọi h là quãng đường lên cao của viên đá.

$v(t)=h'(t)\Rightarrow h(t)=\int v(t)dt=\int(40-10t)dt=40t-5t^2+c$

Tại thời điểm $t=0$ thì $h=5$. Suy ra $c=5$.

Vậy $h(t)=40t-5t^2+5, h(t)$ lớn nhất khi $v(t)=0\Leftrightarrow 40-10t=0\Leftrightarrow t=4$. Khi đó $h(4)=85$ m

Câu 124: Số giờ có ánh sáng mặt trời của TPHCM năm không nhuận được cho bởi $y=4\sin\left(\frac{\pi}{178}(x-60)\right)+10$ với $1\le x\le 365$ là số ngày trong năm. Ngày $25/5$ của năm thì số giờ có ánh sáng mặt trời của TPHCM gần với con số nào nhất ?

A.14h **B.** 16h **C.** $12h$ **D.** $13h30$

Hướng dẫn giải

Ngày $25/5$ là ngày $25+30,5.5-32,5=145$ trong năm nên

$$y=4\sin\left(\frac{\pi}{178}(145-60)\right)+10=14$$

Tổng quát (cái khó của bài toán là tìm ra công thức tính ngày 25/5 là ngày thứ mấy của năm)

Gọi a,b,c lần lượt là ngày, tháng, năm và $a,b,c\in\mathbb{N}, a\le 31, b\le 12$ và y là số lượng ngày tính từ ngày $1/1$ cho tới này a tháng b (không tính năm nhuận).

Nếu b lẻ và $b\le 7$ thì $y=a+30,5b-32,5$

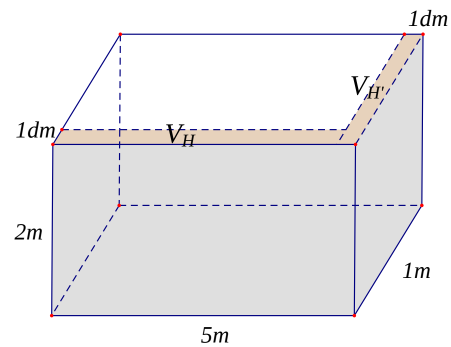
Nếu b chẵn và $b\ne 2$ thì $y=a+30,5b-32$

Nếu b lẻ và $b>7$ thì $y=a+30,5b-31,5$

Nếu $b=2$ thì $y=31+a$

Câu 125:

Người ta muốn xây một bồn chứa nước dạng khối hộp chữ nhật trong một phòng tắm. Biết chiều dài, chiều rộng, chiều cao của khối hộp đó lần lượt là 5m, 1m, 2m, chỉ xây 2 vách (hình vẽ bên). Biết mỗi viên gạch có chiều dài 20cm, chiều rộng 10cm, chiều cao 5cm. Hỏi người ta sử dụng ít nhất bao nhiêu viên gạch để xây bồn đó và thể tích thực của bồn chứa bao nhiêu lít nước? (Giả sử lượng xi măng và cát không đáng kể)



A. 1180 viên ; 8820 lít B. 1180 viên ; 8800 lít

C. 1182 viên ; 8820 lít D. 1182 viên ; 8800 lít

Hướng dẫn giải

Đáp án **chọn A**

Gọi V là thể tích khối hộp chữ nhật

Ta có : $V = 5m.1m.2m = 10m^3$

$V_H = 0,1m.4,9m.2m = 0,98m^3$

$V_{H'} = 0,1m.1m.2m = 0,2m^3$

$V_H + V_{H'} = 1,18m^3$

Thể tích mỗi viên gạch là

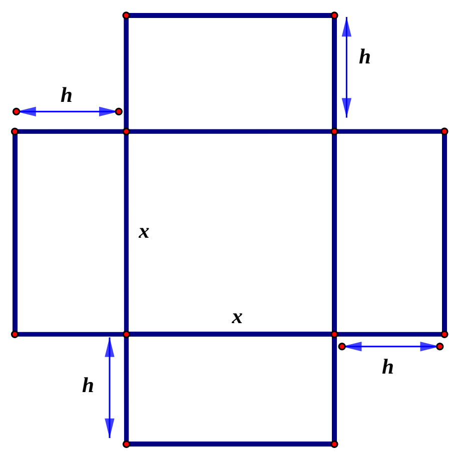
$V_G = 0,2m.0,1m.0,05m = 0,001m^3$

Số viên gạch cần sử dụng là

$\dfrac{V_H + V_{H'}}{V_G} = \dfrac{1,18}{0,001} = 1180$ viên

Thể tích thực của bồn là : $V' = 10m^3 - 1,18m^3 = 8,82m^3 = 8820dm^3 = 8820$ lít

Câu 126: Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông như hình bên dưới. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh x (cm), đường cao là h (cm) và có thể tích là 500 cm^3. Tìm giá trị của x sao diện tích của mảnh các tông là nhỏ nhất.



A. $x = 5$ **B.** $x = 10$ **C.** $x = 15$ **D.** $x = 20$

Hướng dẫn giải

Giải: Chọn đáp án **B**

$V = x^2.h = 500 \Rightarrow h = \dfrac{500}{x^2}$

Gọi $S(x)$ là diện tích của mảnh các tông $S(x) = x^2 + 4xh = x^2 + \dfrac{2000}{x}; x > 0$. Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất $S(x)$ trên $(0;+\infty)$

$S'(x) = \dfrac{2(x^3 - 1000)}{x^2}; S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$

Lập bảng biến thiên

x	0		10		$+\infty$
$S'(x)$		$-$		$+$	
$S(x)$	$+\infty$	$\searrow$	300	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên diện tích của mảnh cáctông nhỏ nhất tại điểm $x=10$ (cạnh hình vuông).

Câu 126: Một anh công nhân được lĩnh lương khởi điểm là 700.000đ/tháng. Cứ ba năm anh ta lại được tăng lương thêm 7%. Hỏi sau 36 năm làm việc anh công nhân được lĩnh tổng cộng bao nhiêu tiền (lấy chính xác đên hàng đơn vị)

A. 456.788.972 **B.** 450.788.972 **C.** 452.788.972 **D.** 454.788.972

Hướng dẫn giải

+ Tiền lương 3 năm đầu: $T_1 = 36x700nghìn$

+ Tiền lương 3 năm thứ hai: $T_2 = T_1 + T_1 \times 7\% = T_1(1+7\%)$

+ Tiền lương 3 năm thứ ba: $T_3 = T_1(1+7\%) + T_1(1+7\%) \times 7\% = T_1(1+7\%)^2$

+ Tiền lương 3 năm thứ tư: $T_4 = T_1(1+7\%)^3$

……………………

+ Tiền lương 3 năm thứ 12: $T_{12} = T_1(1+7\%)^{11}$

Tổng tiền lương sau 36 năm

$$T = T_1 + T_2 + ... + T_{12} = \frac{u_1(1-q^{12})}{1-q} = \frac{T_1\left[1-(1+7\%)^{12}\right]}{1-(1+7\%)} = 450.788972$$

Câu 127: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S_t = \frac{1}{4}t^4 - \frac{3}{2}t^2 + 2t - 11$, t tính theo giây, chất điểm có vận tốc bằng 0 tại thời điểm gần nhất tính từ thời điểm ban đầu là

A. $t=1$ **B.** $t=2$ **C.** $t=3$ **D.** $t=4$

Hướng dẫn giải

Ta có: $v(t) = S'(t) = t^3 - 3t + 2$ suy ra $v(t) = 0 <=> \left[\begin{array}{l} t = 1(TM) \\ t = -2(L) \end{array}\right.$

Vậy đáp án là A

Câu 128: Một vật chuyển động nhanh dần đều với gia tốc a □ 2m / s . Biết tại thời điểm t □ 2s thì vật có vận tốc bằng 36km / h . Quãng đường vật đó di chuyển từ điểm ban đầu đến khi đạt vận tốc bằng 72km / h là

A. 72m **B.** 91m **C.** 81m **D.** 200m

Hướng dẫn giải

Ta có: $v = \int adt = 2t + C$

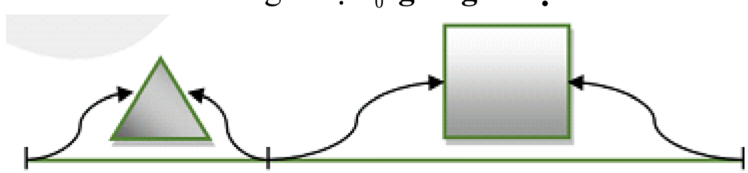
Khi vận tốc là 10m/s: v(2)=2.2+C=10⇔c=6

Khi vận tốc là 20m/2 thì 20=2t+6⇔t=7

Quãng đường vật đi được từ thời điểm ban đầu đến khi vận tốc đạt 72km/h là

$$v = \int_0^7 (2t+6) = 91(m)$$

Câu 129: Một sợi dây kim loại dài 100 cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn thứ nhất được uốn thành tam giác đều, đoạn thứ hai được uốn thành hình vuông (hình bên). Biết x_0 là độ dài cạnh của tam giác đều (tính theo đơn vị cm) thỏa mãn tổng diện tích của tam giác và hình vuông là nhỏ nhất. Khi đó giá trị x_0 **gần giá trị nào nhất** trong các giá trị sau?



A. 18. **B.** 19. **C.** 20. **D.** 21.

Hướng dẫn giải

độ dài cạnh hình vuông sẽ là (100-3a)/4

$S_{tamgiac} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

$S_{vuông} = \frac{(100-3a)^2}{16}$

Nhỏ nhất khi $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 + \frac{(100-3a)^2}{16} = (\frac{\sqrt{3}}{4} + 9/16)a^2 - 600/16.a + \frac{10000}{16}$

Min tại a= $\frac{300/16}{\sqrt{3}/4 + 9/16}$ ~19

Đáp án B

Câu 130: Vào đầu năm 2016 nhóm nghiên cứu thuộc Đại Học Central Missouri – Mỹ đã công bố số nguyên tố lớn nhất từ trước tới nay. Cụ thể số này là kết quả của phép tính $2^{74207281} - 1$. Hỏi rằng, nếu viết trong hệ thập phân (hệ gồm mười chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) thì số nguyên tố đó có bao nhiêu chữ số (làm tròn triệu) ?

A. 20 triệu. **B.** 21 triệu . **C.** 22 triệu . **D.** 23 triệu.

Hướng dẫn giải

ta có như sau

$10^{22300000} < (10^3)^{7420728} < 1024^{7420728} = (2^{10})^{7420728} < 2^{74207280} < 2^{74207281} - 1 < 2^{74207281} <$

$(2^9.2^4)^{5708254} < (5^4.2^4)^{5708254} < 10^{22900000}$

Vậy có 22 triệu sô

Câu 131: Một vật đang chuyển động với vận tốc 5m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + t\ (m/s^2)$. Khi đó quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10s kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là bao nhiêu mét?

A. 1005 m. B. 1050 m. C. 1500 m. D. 500 m.

Hướng dẫn giải

$a(t) = t^2 + t\ (m/s^2)$

$v(t) = \int a(t)dx = \int t^2 + tdt\ \ = F(t) + C$

$\Rightarrow v(t) = t^3/3 + t^2/2 + C$

Tại t=0 thì v=5 suy ra C=5

$s(t) = \int_{t1}^{t2} v(t) = \int_{0}^{10} (t^3/3 + t^2/2 + 5) =$ 1050m

Đáp Án B

Câu 132: Một phần dụng cụ gồm một phần có dạng trụ, phần còn lại có dạng nón. Một hình trụ

đường kính đáy 1,4m,chiều cao 70cm và một hình nón bán kính đáy bằng bán kính hình trụ

chiều cao hình nón bằng 0,9m(Các kích thước cho trên hình 100). Khi đó diện tích mặt ngoài của dụng cụ (Không tính nắp đậy) có giá trị **gần nhất** với:

A. 5,58 **B.** 6,13 **C.** 4,86 **D.** 6,36

Hướng dẫn giải

Đáp án A

Diện tích cần tính gồm diện tích xung quanh hình trụ và diện tích xung quanh hình nón.

Đường sinh của hình nón là:

$S_{xq\text{ trụ}} = 2\pi rh = 2.3{,}14.\frac{1{,}4}{2}.0{,}7 = 3{,}077(m^2)$

$S_{xq\text{ nón}} = \pi rl = 3{,}14.0{,}7.1{,}14 = 2{,}506(m^2)$

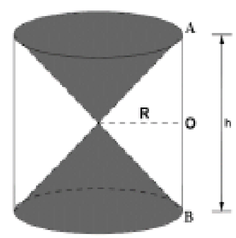
Vậy diện tích toàn phần của phễu:

S=$S_{xq\text{ trụ}}+S_{xq\text{ nón}}$=5,583($m^2$)

Câu 133: Hình bên cho ta hình ảnh của một đồng hồ cát với các kích thước kèm theo OA=OB. Khi đó tỉ số tổng thể tích của hai hình nón (V_n) và thể tích của hình trụ (V_t) bằng:

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{4}$ **C.** $\frac{2}{5}$ **D.** $\frac{1}{3}$

Hướng dẫn giải



Đáp án D

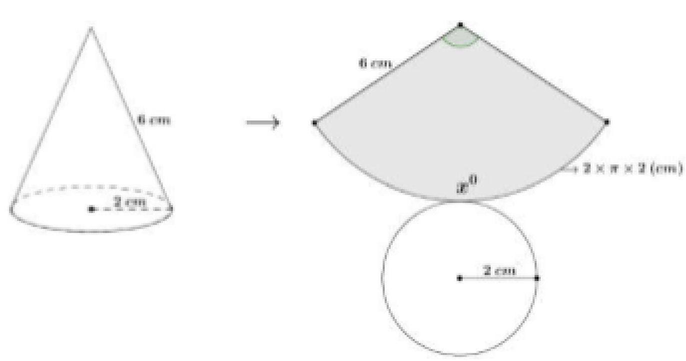
Chiều cao của hình nón là $\frac{h}{2}$

Tổng thể tích của 2 hình nón là $V_n=2.\frac{1}{3}\pi R^2.\frac{h}{2}=\frac{\pi R^2 h}{3}$

Thể tích của hình trụ $V_t=\pi R^2 h => \frac{V_n}{V_t}=\frac{1}{3}$

Câu 134: Cắt mặt xung quanh của một hình nón theo một đường sinh và trải phẳng ra thành 1 hình quạt. Biết bán kính của quạt bằng độ dài đường sinh và độ dài cung bằng chu vi đáy. Quan sát hình dưới đây và tính số đo cung của hình quạt.

A. 125^0 **B.** 110^0 **C.** 130^0 **D.** 120^0



Hướng dẫn giải

Đáp án D

Độ dài l của cung hình quạt tròn bán kính 6 cm bằng chu vi đáy của hình nón: $l = 4\pi$

Áp dụng công thức tính độ dài cung trong x^0 ta có: $I = \dfrac{\pi R x^0}{180} = 4\pi \Rightarrow x^0 = 120^0$

Câu 135: Cối xay gió của Đôn-ki-hô-tê (Từ tác phẩm của Xéc van téc). Phần trên của cối xay gió có dạng một hình nón (h102). Chiều cao của hình nón là 42 cm và thể tích của nó là $17600cm^3$. Bạn hãy giúp chàng Đôn-ki-hô-tê tính bán kính của đáy hình nón. Làm tròn đến kết quả chữ số thập phân thứ hai, cho $\pi = 3{,}14$

A. 20,01 cm **B**. 25,04 cm **C**. 30,02 cm **D**. 40,25 cm

Hướng dẫn giải

Đáp án A

Theo đề bài ta có $V = 17600cm^3, h = 42cm$

Suy ra $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow r = \sqrt{\dfrac{3V}{\pi h}} = 20{,}01$

Câu 136: Một băng giấy dài được cuộn chặt lại 60 vòng làm thành một cuộn gấy hình trụ rỗng. Biết đường kính của đường tròn trong cùng bằng $2cm$, đường kính của đường tròn ngoài tiếp cùng bằng 6 cm . Hỏi chiều dài của băng giấy (làm tròn đến 0,1) :

A. 747,7 cm **B.** 856,4 cm **C.** 674,6 cm **D.** 912,3 cm

Hướng dẫn giải

Đáp án A

Gọi l là chiều dài của băng giấy, chiều dài đó bằng tổng độ dài của 60 đường tròn có bán kính $r_1, r_2, r_3, ..., r_{60}$

Độ dày của 60 vòng giấy $d = r_{60} - r_1 = 3 - 1 = 2$

$\Rightarrow r_2 = r_1 + \dfrac{2}{60} = 1 + \dfrac{2}{60}$

$r_3 = r_1 + 2.\dfrac{2}{60} = 1 + 2.\dfrac{2}{60}$

...

$r_{60} = r_1 + 59.\dfrac{2}{60} = 1 + 59.\dfrac{2}{60}$

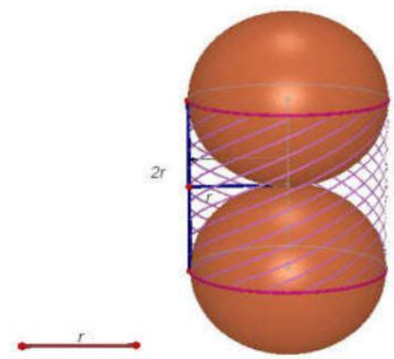
Chiều dài của băng giấy $l = (r_1 + r_2 + ... + r_{60}).2\pi = \left(60.1 + \dfrac{2}{60}(1 + 2 + 3 + ... + 59)\right)2\pi$

$= \left[60 + \dfrac{2}{60}.\dfrac{(59+1).59}{2}\right]2\pi = 747,7cm$

Câu 137: Một cái rổ (trong môn thể thao bóng rổ) dạng một hình trụ đứng, bán kính đường tròn đáy là r (cm), chiều cao 2r (cm), người đặt hai quả bóng như hình. Như vậy diện tích toàn bộ của rổ và phần còn lại nhô ra của 2 quả cầu là bao nhiêu. Biết rằng mỗi quả bóng bị nhô ra một nửa.

A. $4\pi r^2 cm^2$ **B.** $6\pi r^2 cm^2$

C. $8\pi r^2 cm^2$ **D.** $10\pi r^2 cm^2$



Hướng dẫn giải

Đáp án C

Do hình vẽ ta thấy diện tích toàn bộ khối trên = diện tích Rổ + 2 nửa cầu

Cần tính bằng diện tích xung quanh của hình trụ có chiều cao 2r (cm): $S_1 = h.2\pi.r = 4\pi.r^2$

Bán kính đường tròn đáy r (cm)

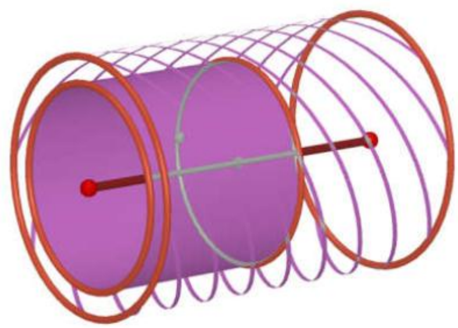
Diện tích mặt cầu bán kính r (cm)

Diện tích của quả cầu là $4\pi.r^2$

Vậy tổng thể tích là: $8\pi.r^2$

Câu 138: Một vật thể có dạng hình trụ, bán kính đường tròn đáy và độ dài của nó đều bằng 2r (cm). Người ta khoan một lỗ cũng có dạng hình trụ như hình, có bán kính đáy và độ sâu đều bằng r (cm). Thể tích phần vật thể còn lại (tính theo cm^3) là:

A. $4\pi r^3$ **B.** $7\pi r^3$ **C.** $8\pi r^3$ **D.** $9\pi r^3$



Hướng dẫn giải

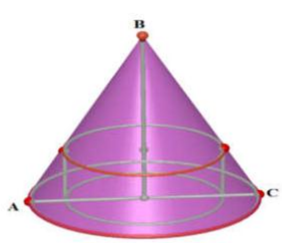
Đáp án B

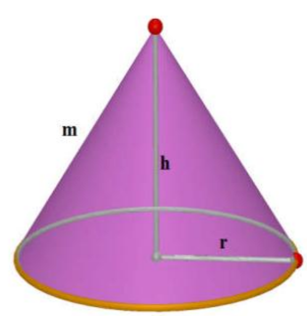
Thể tích vật thể hình trụ là $\pi.(2r)^2.2r = 8\pi r^2\left(cm^3\right)$

Thể tích lỗ khoan của hình trụ là: $\pi.r^2.r = \pi r^2\left(cm^3\right)$

Câu 139: Một lọ nước hoa thương hiệu **Q** được thiết kế vỏ dạng nón, phần chứa dung dịch nước hoa là hình trụ nội tiếp hình nón trên. Hỏi để vẫn vỏ lọ nước hoa là hình nón trên. Tính tỉ lệ giữa x và chiều cao hình nón để cho lọ nước hoa đó chứa được nhiều dung dịch nước hoa nhất.

A. $\frac{2}{3}$ **B.** 1 **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{3}{2}$





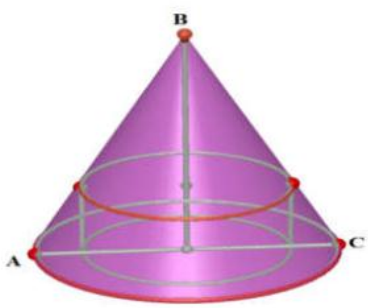
Hướng dẫn giải

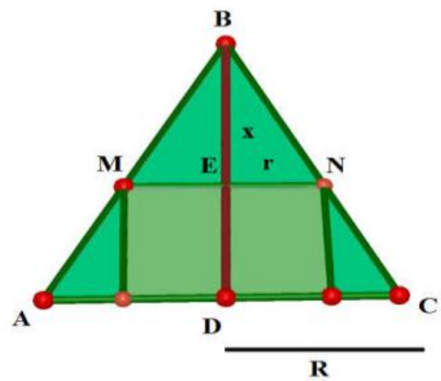
Đáp án A

Đặt BE=x thì có $\frac{ME}{AD}=\frac{BE}{BD}$ hay $\frac{r}{R}=\frac{x}{h}\Rightarrow\frac{Rx}{h}$

Thể tích hình trụ là $V=\pi.\frac{R^2x^2}{h^2}(h-x)$

Ta có $\frac{2Vh^2}{\pi R^2}=x^2(2h-2x)$





Vì h,π,R là các hằng số nên V sẽ lớn nhất khi và chỉ khi $x^2=(2h-2x)$lớn nhất. Vì $x+x+(2h-2x)=2h$ (là hằng số) nên tích của nó $x^2(2h-2x)$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $x=2h-2x$hay $x=\frac{3}{2}h$

Câu 140: Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t)=4t^3-\frac{t^4}{2}$(người). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t.Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ mấy?

A.4 **B.** 6 **C.** 5 **D.** 3

Hướng dẫn giải

Chọn đáp án A

Bài toán này đầu tiên ta phải tính đạo hàm và sử dụng BĐT hoặc xét hàm số. Ở đây ta sử dụng kĩ thuật điểm rơi BĐT Cauchy với 3 số dương

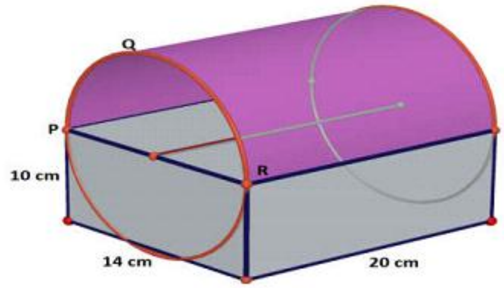
Ta có: $f'(t)=12t^2-2t^3=t^2(12-2t)=t.t(12-2t)\le\frac{(t+t+12-2t)^3}{27}=64$ (người/ngày)

Dấu bằng có khi à chỉ khi$t=12-2t\Leftrightarrow t=4$

Suy ra dịch bệnh sẽ đạt tốc độ lan truyền lớn nhất vào ngày thứ 4.

Câu 141: Một vật thể hình học như dưới đây. Phần trên là nửa hình trụ, phần dưới là một hình hộp chữ nhật, với các kích thước cho trên hình vẽ. Tính thể tích của vật thể hình học này (Lấy $\pi = \frac{22}{7}$).

A. $4340cm^3$ **B.** $4760cm^3$ **C.** $5880cm^3$ **D.** $8cm^3$



Hướng dẫn giải

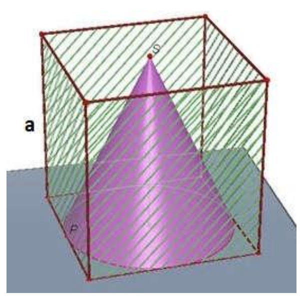
Chọn đáp án A

Thể tích hình hộp chữ nhật là: 10x14x20=2800$\left(cm^3\right)$

Thể tích nửa hình trụ là:$\left[\left(\frac{14}{2}\right)^2 \times \frac{22}{7} \times 20\right] \div 2 = 1540\left(cm^3\right)$

Thể tích của vật thể hình học này là: 2800+1540=4340$\left(cm^3\right)$

Câu 142: Một hình nón được đặt bên trong hình lập phương (như hình vẽ). Hãy tính tỉ lệ nón và hình lập phương: $\frac{V_{non}}{V_{hop}}$



A. 0,541 **B.** 0,413 **C.**0,262 **D.** 0,654

Hướng dẫn giải

Thể tích hình lập phương $V_1 = a^3$

Thể tích hình nón $V_2 = \frac{1}{3}h\pi r^2 = \frac{1}{3}a\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 = 0,262a^3$

Tỷ lệ thể tích $\frac{V_1}{V_2} = 0,262$

Câu 143: Một vật chuyển động chậm dần với vận tốc $v = 120 - 12t (m/s)$. Hỏi rằng trong 2s trước khi dừng hẳn vật đi chuyển bao nhiêu mét ?

A. 28 m **B.** 35 m **C.** 24 m **D.** 38 m

Hướng dẫn giải

Thời gian vật đi đến lúc dừng hẳn là: $v = 120 - 12t = 0 \Rightarrow t = 10 \;\; (s)$

Phương trình chuyển động của vật: $S = \int v(t)dt = \int (120 - 12t)dt = 120t - 6t^2 \;\; (0 \le t \le 10)$

Tổng quảng đường vật đi được là: $S_1 = 120.12 - 6.10^2 = 600$ (m)

Sau 8s vật đi được: $S_2 = 120.8 - 6.8^2 = 576$ (m)

Trong 2s trước khi dừng hẳn vật di chuyển được quảng đường là:

$S = S_1 - S_2 = 600 - 576 = 24$ (m)

Câu 144: Một chiếc cốc dạng hình nón chứa đầy rượu. **Trương Phi** uống một lượng rượu nên "chiều cao" của rượu còn lại trong cốc bằng một nữa chiều cao ban đầu. Hỏi **Trương Phi** đã uống bao nhiêu phần rượu trong cốc ?

A. $\frac{1}{12}$ **B.** $\frac{7}{8}$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{1}{6}$

Hướng dẫn giải

Đáp án B

Trả lời: V nón $=$ V ban đầu $= \frac{1}{3}.h.\pi R^2$; V sau $= \frac{1}{3}.\frac{h}{2}.\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2$

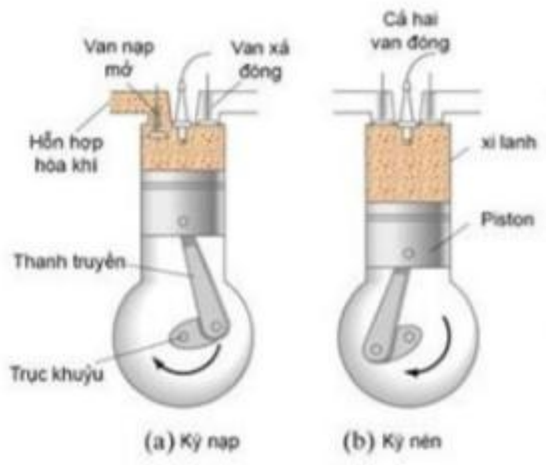
Tỉ lệ thể tích: V sau : V đầu $= \frac{1}{8}$

Trương phi đã uống $\frac{7}{8}$ lượng rượu trong cốc

Để ý rằng lượng rượu còn lại sau khi uống là $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ (thể tích ban đầu)

Câu 145: Hình vẽ dưới mô tả 2 trong 4 kỳ hoạt động của 1 động cơ đốt trong . Buồng đốt chứa khí đốt là một khối trụ có thể tích thay đổi bởi sự chuyển động lên xuống của một Pistong trong xi lanh. Khoảng cách từ trục khuỷu đến điểm chuyền lực lên thanh truyền là r = 2cm; xi lanh có đường kính d = 6cm . Gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích lớn nhất và thể tích nhỏ nhất của buồng đốt khi Pistong chuyển động. Tính $V_1 - V_2$

A. $V_1 - V_2 = 9\pi$ **B.** $V_1 - V_2 = 36\pi$ **C.** $V_1 - V_2 = 48\pi$ **D.** $V_1 - V_2 = 18\pi$



Hướng dẫn giải

Buồng đốt chứ khí là 1 hình trụ

Thể tích của buồng đốt chứa khí lớn nhất khi pistong đi xuống dưới

Thể tích của buồng đốt chứa khí bé nhất khi pistong đi lên trên

$V_1 = (\pi.R^2).l_1 = \pi.9.l_1$

$V_1 = (\pi.R^2).l_2 = \pi.9.l_2$

Khi piston di chuyển lên trên và di chuyển xuống dưới thì độ chênh lệch khoảng cách giữa 2 pistong là 2+2=4cm

$=> V_1 - V_2 = \pi.9.(l_1 - l_2) = \pi.9.4 = 36\pi$

Vậy đáp án là B

Câu 146: Khi một chiếc lò xo bị kéo căng thêm $x(m)$ so với độ dài tự nhiên là 0.15m của lò xo thì chiếc lò xo trì lại (chống lại) với một lực $f(x) = 800x$. Hãy tìm công W sinh ra khi kéo lò xo từ độ dài từ 0,15m đến 0,18m.

A. $W = 36.10^{-2}J$ **B.** $W = 72.10^{-2}J$ **C.** $W = 36J$ **D.** $W = 72J$

Hướng dẫn giải

Đáp án A

Công được sinh ra khi kéo căng lò xo từ 0,15m đến 0,18m là:

$$W = \int_0^{0,03} 800x\,dx = 400x^2\Big|_0^{0,03} = 36.10^{-2}J$$

Câu 147: Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t)=3at^2+bt$ và ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là $150m^3$, sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là $1100m^3$. Tính thể tích của nước trong bể sau khi bơm được 20 giây.

A. 8400 m^3 **B.** 2200 m^3 **C.** 600 m^3 **D.** 4200 m^3

Hướng dẫn giải

Đáp án A

Ta có: $h(t)=\int h'(t)dt=\int(3at^2+bt)dt=at^3+b\frac{t^2}{2}+C$

Do ban đầu hồ không có nước nên $h(0)=0\Leftrightarrow C=0\Rightarrow h(t)=at^3+b\frac{t^2}{2}$

Lúc 5 giây $h(5)=a.5^3+b.\frac{5^2}{2}=150$

Lúc 10 giây $h(10)=a.10^3+b.\frac{10^2}{2}=1100$

Suy ra $a=1,b=2\Rightarrow h(t)=t^3+t^2\Rightarrow h(20)=20^3+20^2=8400m^3$

Câu 148: Người ta bỏ 3 quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng 3 lần đường kính của quả bóng bàn. Gọi S_1 và tổng diện tích của 3 quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng:

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn giải

Đáp án A

Gọi R là bán kính của quả bóng.

Diện tích của một quả bóng là $S=4\pi.R^2$, suy ra $S_1=3.4\pi R^2$. Chiều cao của chiếc hộp hình trụ bằng 3 lần đường kính quả bóng bàn nên $h=3.2r$

Suy ra $S_2=2\pi R.3.2R$. Do đó $\frac{S_1}{S_2}=1$

Câu 149 : Một quả bóng bàn và một chiếc chén hình trụ có cùng chiều cao. Người ta đặt quả bóng lên chiếc chén thấy phần ở ngoài của quả bóng có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao của nó. Gọi V_1,V_2 lần lượt là thể tích của quả bóng và chiếc chén, khi đó:

A. $9V_1=4V_2$ **B.** $4V_1=3V_2$ **C.** $8V_1=9V_2$ **D.** $9V_1=8V_2$

Hướng dẫn giải

Đáp án D

Theo bài toán ta sẽ có được bán kính đáy của hình trụ là $r_1=\sqrt{(2r)^2-r^2}=r\sqrt{3}$

Tỉ số thể tích là $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\frac{4}{3}\pi(2r)^3}{4r.\pi\left(r\sqrt{3}\right)^2}=\frac{8}{9}\Rightarrow 9V_1=8V_2$

Câu 150 : Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $H(x)=0,025x^2(30-x)$ trong đó x là liều lượng thuộc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Tính liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân trên để huyết áp giảm nhiều nhất ?

A. 10 **B.** 20 **C.** 30 **D.** 15

Hướng dẫn giải

Đáp án B

Hàm số $y=0,025x^2(30-x)$ có $y'=0.025x(60-3x); y'=0\Leftrightarrow x=0\vee x=20$. Ta thấy các giá trị $y(0)=0, y(20)=10$ nên để lượng đường huyết giảm nhiều nhất thì ta cần tiêm với liều lượng là 20.

Câu 151: Một chất điểm chuyển động theo qui luật $s=6t^2-t^3$ (trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây mà chất điểm bắt đầu chuyển động). Tính thời điểm t (giây) mà tại đó vận tốc (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất.

A. $t=2$ **B.** $t=4$ **C.** $t=1$ **D.** $t=3$

Hướng dẫn giải

Đáp án A

Phương trình vận tốc chính là phương trình đạo hàm bậc nhất của phương trình chuyển động (li độ) của vật nên ta có phương trình vận tốc của vật là $v=s'=12t-3t^2$. Phương trình vận tốc là phương trình bậc 2 có hệ số $a=-3<0$ nên nó đạt giá trị lớn nhất tại giá trị $t=\frac{-b}{2a}$ hay tại $t=2$

Câu 152: Một khu rừng có trữ lượng gỗ 4.10^5 mét khối. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây trong khu rừng đó là 4% mỗi năm. Sau 5 năm khu rừng đó sẽ ć bao nhiêu mét khối gỗ?

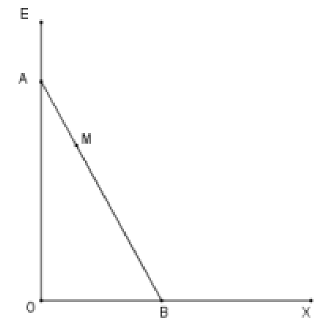
A. $4.10^5.1,14^5\left(m^3\right)$ **B.** $4.10^5\left(1+0,04^5\right)\left(m^3\right)$

C. $4.10^5+0,04^5\left(m^3\right)$ **D.** $4.10^5.1,04^5\left(m^3\right)$

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức tính lãi kép: $A=a(1+r)^n$ trong đó A là số tiền nhận được sau n tháng , a là số tiền gửi ban đầu , r là lãi xuất hàng tháng' Áp dụng công thức trên ta thấy sau 5 năm thì khu rừng sẽ có $4.10^5.1,04^5$ mét khối gỗ.

Câu 153: Trên một đoạn đường giao thông có 2 con đường vuông góc với nhau tại O như hình vẽ. Một địa danh lịch sử có vị trí đặt tại M, vị trí M cách đường OE 125cm và cách đường Ox 1km. Vì lý do thực tiễn người ta muốn làm một đoạn đường thẳng AB đi qua vị trí M, biết rằng giá trị để làm 100m đường là 150 triệu đồng. Chọn vị trí của A và B để hoàn thành con đường với chi phí thấp nhất. Hỏi chi phí thấp nhất để hoàn thành con đường là bao nhiêu ?



A. 1,9063 tỷ đồng. **B.** 2,3965 tỷ đồng. **C.** 2,0963 tỷ đồng. **D.** 3 tỷ đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn hệ trục tọa độ là Oxy với OE nằm trên Oy. Khi đó tọa độ $M\left(\frac{1}{8};1\right)$.

Gọi $B(m;0),A(0;n)\ (m,n>0)$. Khi đó ta có phương trình theo đoạn chắn là: $\frac{x}{m}+\frac{y}{n}=1$

Do đường thẳng đi qua $M\left(\frac{1}{8};1\right)$ nên $\frac{1}{8m}+\frac{1}{n}=1\Rightarrow\frac{1}{n}=1-\frac{1}{8m}=\frac{8m-1}{8m}\Rightarrow n=\frac{8m}{8m-1}$

Có $AB^2=m^2+n^2=m^2+\left(\frac{8m}{8m-1}\right)^2$

Xét hàm số $f(m)=m^2+\left(\frac{8m}{8m-1}\right)^2; f'(m)=2m+2.\frac{8m}{8m-1}.\frac{-8}{(8m-1)^2}=2m.\left(1-\frac{64}{(8m-1)^3}\right)$

$$f'(m)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0(L)\\1-\frac{64}{(8m-1)^3}=0\end{array}\right.\Leftrightarrow(8m-1)^3=64\Leftrightarrow m=\frac{5}{8}$$

$$f(m)\ge f\left(\frac{5}{8}\right)=\left(\frac{5}{8}\right)^2+\left(\frac{8.\frac{5}{8}}{8.\frac{5}{8}-1}\right)^2=\frac{25}{64}+\frac{25}{16}=\frac{125}{64}\Rightarrow AB\ge\sqrt{\frac{125}{64}}=\frac{5\sqrt{5}}{8}$$

Vậy quãng đường ngắn nhất là $\frac{5\sqrt{5}}{8}$ (km).

Giá để làm 1km đường là 1500 triệu đồng=1,5 tỉ đồng.

Khi đó chi phí để hoàn thành con đường là: $\frac{5\sqrt{5}}{8}.1,5 \approx 2,0963$ (tỷ đồng)

Câu 154: Trong một chiếc hộp hình trụ người ta bỏ vào đó 2016 quả banh tennis, biết rằng đáy của hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả banh và chiều cao hình trụ bằng 2016 lần đường kính của quả banh. Gọi V_1 là tổng thể tích của 2016 quả banh và V_2 là thể tích của khối trụ. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$?

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

Hướng dẫn giải

Đáp án A

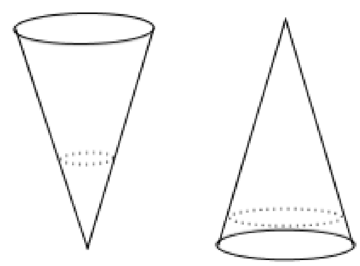
Gọi bán kính quả banh tennis là r, theo giả thiết ta có bán kính đáy của hình trụ là r, chiều cao của hình trụ là 2016.2r

Thể tích của 2016 quả banh là $V_1 = 2016.\frac{4}{3}\pi r^3$

Thể tích của khối trụ là $V_2 = \pi r^2.2016.2r$

Tỉ số $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2016.\frac{4}{3}\pi r^3}{2\pi r^3.2016} = \frac{2}{3}$

Câu 155: Một cái phễu có dạng hình nón. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của lượng nước trong phễu bằng $\frac{1}{3}$ chiều cao của phễu. Hỏi nếu bịt kín miệng phễu rồi lộn ngược phễu lên thì chiều cao của nước bằng bao nhiêu ? Biết rằng chiều cao của phễu là 15cm.



A. 0,188(cm). **B.** 0,216(cm).
C. 0,3(cm). **D.** 0,5 (cm).

Hướng dẫn giải

Đáp án A

Gọi bán kính đáy phễu là R, chiều cao phễu là $h = 15(\text{cm})$, do chiều cao nước trong phễu ban đầu bằng $\frac{1}{3}h$ nên bán kính đáy hình nón tạo bởi lượng nước là $\frac{1}{3}R$. Thể tích phễu và thể tích nước lần lượt là $V = \frac{1}{3}\pi R^2.15 = 5\pi R^2\left(\text{cm}^3\right)$ và $V_1 = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{R}{3}\right)^2.\frac{15}{3} = \frac{5}{27}\pi R^2\left(\text{cm}^3\right)$.

Suy ra thể tích phần khối nón không chứa nước là

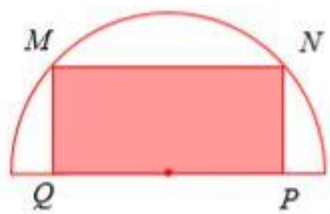
$$V_2 = V - V_1 = 5\pi R^2 - \frac{5}{27}\pi R^2 = \frac{130}{27}\pi R^2\left(cm^3\right)$$

$\Rightarrow \frac{V_2}{V} = \frac{26}{27}(1)$. Gọi h' và r là chiều cao và bán kính đáy của khối nón không chứa nước, có

$$\frac{h'}{h} = \frac{r}{R} \Rightarrow \frac{V_2}{V} = \frac{h'^3}{h^3} = \frac{h'^3}{15^3}(2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $h' = 5\sqrt[3]{26} \Rightarrow h_1 = 15 - 5\sqrt[3]{26} \approx 0,188(cm)$

Câu 156: Từ một miếng tôn hình bán nguyệt có bán kính $R = 3$, người ta muốn cắt ra một hình chữ nhật (xem hình) có diện tích lớn nhất. Diện tích lớn nhất có thể có của miếng tôn hình chữ nhật là:



A. $6\sqrt{3}$ **B.** $6\sqrt{2}$ **C.** 9 **D.** 7

Hướng dẫn giải

Đáp án C

Gọi O là tâm hình bán nguyệt

$$MQ = x \Rightarrow OQ = \sqrt{3^2 - x^2}$$

$S_{hcn} = 4S_{MQO} = 2x.\sqrt{3^2 - x^2} \le x^2 + 3^2 - x^2 = 9$ (áp dụng bđt cosi)

Vậy $S_{hcn} \le 9$

Câu 157: Một khối lập phương có cạnh 1m. Người ta sơn đỏ tất cả các cạnh của khối lập phương rồi cắt khối lập phương bằng các mặt phẳng song song với các mặt của khối lập phương để được 1000 khối lập phương nhỏ hơn cạnh 10cm. Hỏi các khối lập phương thu được sau khi cắt có bao nhiêu khối lập phương có đúng hai mặt được sơn đỏ?

A. 100 **B.** 64 **C.** 81 **D.** 96

Hướng dẫn giải

Đáp án D

Cả khối lập phương có 12 cạnh và 8 mặt

Do đó có 12.8=96 khối lập phương có 2 mặt được sơn đỏ

Câu 158: Một bác nông dân vừa bán một con trâu được số tiền là 20.000.000 (đồng). Do chưa cần dùng đến số tiền nên bác nông dân mang toàn bộ số tiền đó đi gửi tiết kiệm ngân hàng loại kì hạn 6 tháng với lãi suất kép là 8,4% một năm. Hỏi sau 5 năm 8 tháng bác nông dân nhận được bao nhiêu tiền cả vốn lẫn lãi (làm tròn đến hàng đơn vị)? Biết rằng bác nông dân đó không rút vốn cũng như lãi trong tất cả các định kì trước và nếu rút trước thời hạn thì ngân hàng trả lãi suất theo loại không kì hạn 0,01% một ngày (1 tháng tính 30 ngày)

A. 31803311 **B.** 32833110 **C.** 33083311 **D.** 30803311

Hướng dẫn giải

Đáp án A

Lãi suất 1 năm là $8,5\% \Rightarrow$ lãi suất 6 tháng là 4,25%

Vì bác nông dân gửi tiết kiệm kỳ hạn 6 tháng nên sau 5 năm 6 tháng có 11 lần bác được tính lãi

=> Số tiền bác nhận được sau 5 năm 6 tháng là: $(1+0,0425)^{11}.20 = 31,61307166$ (triệu đồng)

Do bác rút trước kỳ hạn => 2 tháng cuối nhân lãi suất 0,01% mỗi ngày (2 tháng=60 ngày)

=> Số tiền cuối cùng bác nhận được là $31,61307166.(1+0,0001)^{60} = 31,803311$ (triệu đồng)

Câu 159: Cường độ một trận động đất được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ đo được 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nhật Bản có cường độ đo được 6 độ Richer. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu lần biên độ trận động đất ở Nhật bản?

A. 1000 lần **B.** 10 lần **C.** 2 lần **D.** 100 lần

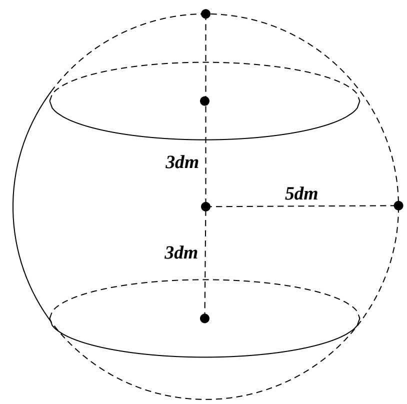
Hướng dẫn giải

Đáp án D

Ta có $M = \log\frac{A_1}{A_0} \Rightarrow \frac{A_1}{A_0} = 10^8$

Tương tự $\frac{A_2}{A_0} = 10^6 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{10^8}{10^6} = 100$

Câu 160: Một khối cầu có bán kính 5*dm*, người ta cắt bỏ 2 phần bằng 2 mặt phẳng vuông góc bán kính và cách tâm 3dm để làm một chiếc lu đựng. Tính thể tích mà chiếc lu chứa được.



A. $132\pi\ (dm^3)$ B. $41\pi\ (dm^3)$

C. $\frac{100}{3}\pi\,(dm^3)$ D. $43\pi\ (dm^3)$

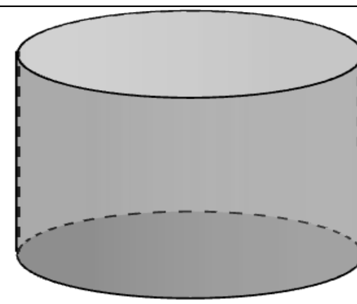
Hướng dẫn giải

Đặt hệ trục với tâm *O*, là tâm của mặt cầu; đường thẳng đứng là *Ox*, đường ngang là *Oy*; đường tròn lớn có phương trình $x^2+y^2=25$.

Thể tích là do hình giới hạn bởi *Ox*, đường cong $y=\sqrt{25-x^2}$, $x=3, x=-3$ quay quanh *Ox*.

$$V=\pi\int_{-3}^{3}(25-x^2)dx\ =132\pi$$

Câu 161: Một người thợ xây, muốn xây dựng một bồn chứa nước hình trụ tròn với thể tích là $150m^3$ (như hình vẽ bên). Đáy làm bằng bê tông , thành làm bằng tôn và bề làm bằng bằng nhôm. Tính chi phí thấp nhất để bồn chứa nước (làm tròn đến hàng nghìn). Biết giá thành các vật liệu như sau: bê tông 100 nghìn đồng một m^2, tôn 90 một m^2 và nhôm 120 nghìn đồng một m^2 .



A. 15037000 đồng. **B.** 15038000 đồng. **C.** 15039000 đồng. **D.** 15040000 đồng.

Hướng dẫn giải

Gọi $r,h\ \left(m^2\right)\ \left(r>0,h>0\right)$ lần lượt là bán kính đường tròn đáy và đường cao của hình trụ. theo đề ta có $\pi r^2h=150 \Leftrightarrow h=\frac{150}{\pi r^2}$. Khi đó chi phí làm nên bồn chứa nước được xác định theo hàm số $f\left(r\right)=220\pi r^2+90.2\pi r\frac{150}{\pi r^2}=220\pi r^2+\frac{27000}{r}$ (nghìn đồng).

$f'\left(r\right)=440\pi r-\frac{27000}{r^2}$, $f'\left(r\right)=0 \Leftrightarrow r=\sqrt[3]{\frac{675}{11\pi}}=a$.

BBT:

Dựa vào BBT ta suy ra chi phí thấp nhất là

$f\left(a\right)=f\left(\sqrt[3]{\frac{675}{11\pi}}\right)\approx 15038,38797$ nghìn đồng.

r	0		a		$+\infty$
$f'(r)$		$-$	0	$+$	
$f(r)$		$\searrow$	$f(a)$	$\nearrow$	

Câu 162: Một vật di chuyển với gia tốc $a(t)=-20(1+2t)^{-2}\ (m/s^2)$. Khi $t=0$ thì vận tốc của vật là $30m/s$. Tính quảng đường vật đó di chuyển sau 2 giây (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị).

A. $S=106m$. **B.** $S=107m$. **C.** $S=108m$. **D.** $S=109m$.

Hướng dẫn giải

Ta có $v(t)=\int a(t)dt=\int -20(1+2t)^{-2}dt=\dfrac{10}{1+2t}+C$. Theo đề ta có

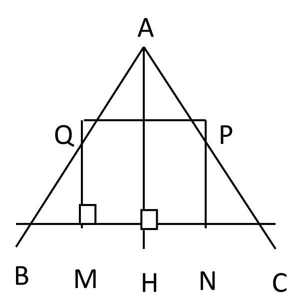
$v(0)=30 \Leftrightarrow C+10=30 \Leftrightarrow C=20$. Vậy quãng đường vật đó đi được sau 2 giây là:

$$S=\int_0^2\left(\frac{10}{1+2t}+20\right)dt=\left(5\ln(1+2t)+20t\right)\Big|_0^2=5\ln 5+100\approx 108m.$$

Câu 163: Cho một tam giác đều ABC cạnh a. Người ta dựng một hình chữ nhật MNPQ có cạnh MN nằm trên cạnh BC, hai đỉnh P và Q theo thứ tự nằm trên hai cạnh AC và AB của tam giác. Xác định giá trị lớn nhất của hình chữ nhật đó?

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{8}a^2$ B. $\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$ C. 0 D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^2$

Hướng dẫn giải



Gọi H là trung điểm của BC $\Rightarrow$ BH = CH = $\dfrac{a}{2}$

Đặt BM = x $\left(\text{Điều kiện } 0<x<\dfrac{a}{2}\right)$, ta có:

$\text{MN}=2\text{MH}=2(\text{BH}-\text{BM})=2\left(\dfrac{a}{2}-x\right)=a-2x$

Tam giác MBQ vuông ở M, $B=60^0$ và BM = x $\Rightarrow \text{QM}=x\sqrt{3}$

Hình chữ nhật MNPQ có diện tích:

$\text{S(x)}=\text{MN.QM}==(a-2x)x\sqrt{3}=\sqrt{3}(ax-2x^2)$

$S'(x)=\sqrt{3}(a-4x);\ S'(x)=0 \Leftrightarrow x=\frac{a}{4}\in\left(0;\frac{a}{2}\right)$

x	0		$\frac{a}{4}$		$\frac{a}{2}$
S’		+	0	–	
S		↗	$\frac{\sqrt{3}}{8}a^2$	↘	

Vậy $\max\limits_{x\in\left(0;\frac{a}{2}\right)} S(x)=\frac{\sqrt{3}}{8}a^2$ khi $x=\frac{a}{4}$

Câu 164: Người ta muốn rào quanh một khu đất với một số vật liệu cho trước là 180 mét thẳng hàng rào. Ở đó người ta tận dụng một bờ giậu có sẵn để làm một cạnh của hàng rào và rào thành mảnh đất hình chữ nhật. Hỏi mảnh đất hình chữ nhật được rào có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $S_{max}=3600m^2$ **B.** $S_{max}=4000m^2$

C. $S_{max}=8100m^2$ **D.** $S_{max}=4050m^2$

Hướng dẫn giải

Gọi x là chiều dài cạnh song song với bờ giậu và y là chiều dài cạnh vuông góc với bờ giậu, theo bài ra ta có $x+2y=180$. Diện tích của miếng đất là $S=y(180-2y)$.

Ta có: $y(180-2y)=\frac{1}{2}\cdot 2y(180-2y)\le\frac{1}{2}\cdot\frac{(2y+180-2y)^2}{4}=\frac{180^2}{8}=4050$

Dấu $"="$ xảy ra $\Leftrightarrow 2y=180-2y \Leftrightarrow y=45m$.

Vậy $S_{max}=4050m^2$ khi $x=90m, y=45m$.

Câu 165: Trên sân bay một máy bay cất cánh trên đường băng d (từ trái sang phải) và bắt đầu rời mặt đất tại điểm O. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với mặt đất và cắt mặt đất theo giao tuyến là đường băng d của máy bay. Dọc theo đường băng d cách vị trí máy bay cất cánh O một khoảng 300(m) về phía bên phải có 1 người quan sát A. Biết máy bay chuyển động trong mặt phẳng (P) và độ cao y của máy bay xác định bởi phương trình $y=x^2$ (với x là độ dời của máy bay dọc theo đường thẳng d và tính từ O). Khoảng cách ngắn nhất từ người A (đứng cố định) đến máy bay là:

A. $300(m)$ B. $100.\sqrt{5}(m)$ C. $200(m)$ D. $100\sqrt{3}(m)$

Hướng dẫn giải

Xét hệ trục Oxy với gốc tọa độ O là vị trí máy bay rời mặt đất, trục Ox trùng với đường thẳng d và chiều dương hướng sang phải, trục Oy vuông góc với mặt đất.
Gọi $B(t;t^2)$ $(t \geq 0)$ là tọa độ của máy bay trong hệ Oxy. Tọa độ của người A là $A(3;0)$.
Khoảng cách từ người A đến máy bay B bằng $d = \sqrt{(3-t)^2 + t^4}$. Suy ra $d^2 = t^4 + t^2 - 6t + 9 = f(t)$.

$f'(t) = 4t^3 + 2t - 6.$

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1.$

Lập bảng biến thiên, ta thấy $d^2 = f(t)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 5 khi $t = 1$. Vậy khoảng cách nhỏ nhất là $100\sqrt{5}(m)$

Câu 166: Làm 1 m^2 mặt nón cần : 120 lá nón (Đã qua sơ chế) .Giá 100 lá nón là 25.000 đồng . Vậy để làm 100 cái nón có chu vi vành nón là 120 cm, và khoảng từ đỉnh nón tới 1 điểm trên vành nón là 25 cm thì cần bao nhiêu tiền mua lá nón?

A. 400.000đ B. 450.000đ C.500.000đ D. 550.000đ

Hướng dẫn giải

Câu 167: Trong một bản hợp ca, coi mọi ca sĩ đều hát với cường độ âm và coi cùng tần số. Khi một ca sĩ hát thì cường độ âm là 68dB. Khi cả ban hợp ca cùng hát thì đo được mức cường độ âm là 80dB. Tính số ca sĩ có trong ban hợp ca đó, biết mức cường độ âm L được tính theo công thức $L = 10log\frac{I}{I_0}$ trong đó I là cường độ âm và I_0 là cường độ âm chuẩn.

A. 16 người B. 12 người C. 10 người D. 18 người

Hướng dẫn giải

Gọi $I_1; I_n$ lần lượt là cường độ âm của một người và của n người.

Ta có $I_n = nI_1 \Rightarrow n = \frac{I_n}{I_1}$

Ta có $L_1 = 10log\frac{I_1}{I_0} = 68$; $L_n = 10log\frac{I_n}{I_0} = 80$

Khi đó $L_n - L_1 = 10log\frac{I_n}{I_0} - 10log\frac{I_1}{I_0} = 10log\frac{I_n}{I_1}$

$$n = \frac{I_n}{I_1} = 10^{\frac{L_n - L_1}{10}} = 10^{\frac{6}{5}} \approx 15,89$$

Vậy có 16 ca sĩ.

Câu 168: Một ô tô đang chạy đều với vận tốc $a(\mathrm{m/s})$ thì người lái đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(\mathrm{t}) = -5\mathrm{t} + a(\mathrm{m/s})$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ vận tốc ban đầu a của ô tô là bao nhiêu, biết từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn ô tô di chuyển được 40 mét.

A. $a = 20$ B. $a = 10$ C. $a = 40$ D. $a = 25$

Hướng dẫn giải

Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 nên $-5\mathrm{t} + a = 0 \Leftrightarrow t = \frac{a}{5}$

Ta có $S = \int_0^{\frac{a}{5}} v(\mathrm{t})dt = \int_0^{\frac{a}{5}} (-5\mathrm{t} + a)dt = \frac{1}{10}a^2$

$S = 40 \Leftrightarrow \frac{1}{10}a^2 = 40 \Leftrightarrow a = 20$

Câu 169: Đặt vào một đoạn mạch hiệu điện thế xoay chiều $u = U_0 \sin\frac{2\pi}{T}t$. Khi đó trong mạch có dòng diện xoay chiều $i = I_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$ với φ là độ lệch pha giữa dòng diện và hiệu điện thế.Hãy Tính công của dòng diện xoay chiều thực hiện trên đoạn mạnh đó trong thời gian một chu kì.

A. $\frac{U_0 I_0}{2}\cos\varphi$ B. $\frac{U_0 I_0}{2}T\sin\varphi$ C. $\frac{U_0 I_0}{2}T\cos(\varphi + \pi)$ D. $\frac{U_0 I_0}{2}T\cos\varphi$

Hướng dẫn giải

Ta có:

$$A = \int_0^T uidt = \int_0^T U_0 I_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)\sin\frac{2\pi}{T}tdt$$

$$= U_0 I_0 \int_0^T \frac{1}{2}\left(\cos\varphi - \cos\left(\frac{4\pi}{T}t + \varphi\right)\right)dt$$

$$= \frac{U_0 I_0}{2}\int_0^T \frac{1}{2}\left(\cos\varphi - \cos\left(\frac{4\pi}{T}t + \varphi\right)\right)dt$$

$$= \frac{U_0 I_0}{2}\left(t\cos\varphi - \frac{T}{4\pi}\sin\left(\frac{4\pi}{T}t + \varphi\right)\right)\Bigg|_0^T = \frac{U_0 I_0}{2}T\cos\varphi$$

Câu 170: Một dòng điện xoay chiều $i = I_0\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$ chạy qua một mạch điện có điện trở thuần R.Hãy tính nhiệt lượng Q tỏa ra trên đoạn mạch đó trong thời gian một chu kì T.

A. $\frac{RI_0^2}{2}T$ B. $\frac{RI_0^2}{3}T$ C. $\frac{RI_0^2}{4}T$ D. $\frac{RI_0^2}{5}T$

Hướng dẫn giải

Ta có: $Q = \int_0^T Ri^2 dt = \int_0^T RI_0^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)dt$

$$= RI_0^2\int_0^T \frac{1 - \cos 2\left(\frac{2\pi}{T} + \varphi\right)}{2}dt = \frac{RI_0^2}{2}\left(t - \frac{T}{4\pi}\sin 2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)\right)\Bigg|_0^T = \frac{RI_0^2}{2}T$$

Câu 171: Một thanh AB có chiều dài là 2a ban đầu người ta giữ thanh ở góc nghiêng $\alpha = \alpha_o$, một đầu thanh tựa không ma sát với bức tường thẳng đứng. Khi buông thanh, nó sẽ trượt xuống dưới tác dụng của trọng lực. Hãy biểu diễn góc α theo thời gian t (Tính bằng công thức tính phân)

A. $t = -\int_{\alpha_o}^{\alpha} \frac{d\alpha}{\sqrt{\frac{3}{2a}(\sin\alpha_o - \sin\alpha)}}$

B. $t = -\int_{\alpha_o}^{\alpha} \frac{d\alpha}{\sqrt{\frac{3g}{2a}(\sin\alpha_o + \sin\alpha)}}$

C. $t = -\int_{\alpha_o}^{\alpha} \frac{d\alpha}{\sqrt{\frac{3g}{a}(\sin\alpha_o - \sin\alpha)}}$

D. $t = -\int_{\alpha_o}^{\alpha} \frac{d\alpha}{\sqrt{\frac{3g}{2a}(\sin\alpha_o - \sin\alpha)}}$

Hướng dẫn giải

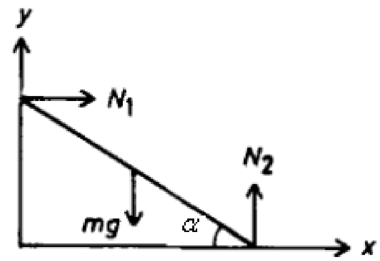
Do trượt không ma sát nên cơ năng của thanh được bảo toàn

$mga\sin\alpha_o = mga\sin\alpha + K_q + K_{tt}$ (1)

Do khối tâm chuyển động trên đường tròn tâm O bán kính a nên: $K_{tt} = \dfrac{ma^2\omega^2}{2} = \dfrac{1}{2}ma^2\alpha'^2$

Động năng quay quanh khối tâm: $K_q = \dfrac{1}{2}I\omega^2 = \dfrac{1}{2}\dfrac{1}{12}m(2a)^2\alpha'^2 = \dfrac{1}{6}ma^2\alpha'^2$

Thay vào (1) ta được: $\dfrac{2}{3}a\alpha'^2 = g(\sin\alpha_o - \sin\alpha)$



$\alpha' = -\sqrt{\dfrac{3g}{2a}(\sin\alpha_o - \sin\alpha)}$

$t = -\displaystyle\int_{\alpha_o}^{\alpha}\dfrac{d\alpha}{\sqrt{\dfrac{3g}{2a}(\sin\alpha_o - \sin\alpha)}}$

Câu 172: Một thanh AB có chiều dài là 2a ban đầu người ta giữ thanh ở góc nghiêng $\alpha = \alpha_o$, một đầu thanh tựa không ma sát với bức tường thẳng đứng. Khi buông thanh, nó sẽ trượt xuống dưới tác dụng của trọng lực. Tính góc $\sin\alpha$ khi thanh rời khỏi tường

A. $\sin\alpha = \dfrac{1}{3}\sin\alpha_o$ B. $\sin\alpha = \dfrac{2}{3}\sin\alpha_o$ C. $\sin\alpha = \dfrac{2}{5}\sin\alpha_o$ D. $\sin\alpha = \dfrac{4}{3}\sin\alpha_o$

Hướng dẫn giải

Xét chuyển động khối tâm của thanh theo phương Ox:

$N_1 = mx''$. Tại thời điểm thanh rời tường thì $N_1 = 0 \to x'' = 0$

Toạ độ khối tâm theo phương x là:

$x = a\cos\alpha$

Đạo hàm cấp 1 hai vế: $x' = -a\sin\alpha.\alpha'$

Đạo hàm cấp 2 hai vế: $x'' = -a(\cos\alpha.\alpha'^2 + \sin\alpha.\alpha'') = a(\cos\alpha.\alpha'^2 + \sin\alpha.\alpha'')$

Khi $x'' = 0 \to \cos\alpha.\alpha'^2 = -\sin\alpha.\alpha''$ (2)

Từ (1) suy ra: $\frac{2}{3}a\alpha'^2+g\sin\alpha=g\sin\alpha_o$

Lấy đạo hàm 2 vế: $\frac{4}{3}a\alpha''.\alpha'+g\cos\alpha.\alpha'=0$

Hay: $\alpha''=-\frac{3g}{4a}\cos\alpha$

Thay vào (2) ta có phương trình:

$$\cos\alpha.\frac{3g}{2a}(\sin\alpha_o-\sin\alpha)=-\sin\alpha.\left(-\frac{3g}{4a}\cos\alpha\right)$$

$$\sin\alpha=2(\sin\alpha_o-\sin\alpha)$$

$$\sin\alpha=\frac{2}{3}\sin\alpha_o$$

Câu 173: Từ một miếng tôn hình vuông cạnh a(cm) người ta muốn cắt ra một hình chữ nhật và hai hình tròn có cùng đường kính để làm thân và các đáy của một hình trụ. Hỏi khối trụ được tạo thành có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu, biết rằng các cạnh cảu hình chữ nhật song song hoặc trùng với các cạnh ban đầu của tấm tôn.

A. $\frac{a^3\pi}{4(\pi+1)^2}$ **B.** $\frac{a^3(\pi-1)}{4\pi^2}$ **C.** $\frac{a^3(\pi+1)}{4\pi^2}$ **D.** $\frac{a^3\pi}{4\pi^2}$

Hướng dẫn giải

Ta có 2 cách để cắt hình để tạo thành hình trụ.

+) Cách 1: Cắt thành 2 phần: Một phần có kích thước x và a. Một phần có kích thước a-x và a. Phần có kích thước x và a để làm hai đáy và phần có kích thước a-x và a cuộn dọc để tạo thành thân (tạo thành hình trụ có chiều cao bằng a). Điều kiện là $x\le\frac{a}{\pi+1}$ thì

$$V=\frac{\pi ax^2}{4}\le\frac{a^3\pi}{4(\pi+1)^2}.$$

+) Cách 2: Cắt như trên. Nhưng phần có kích thước a-x và a cuộn ngang để làm thành thân (tạo thành hình trụ có chiều cao là a-x). Điều kiện là $x\le\frac{a}{\pi}$ do chu vi của hình tròn cắt ra phải bằng với phần đáy của hình chữ nhật. Khi đó $V=\frac{\pi(a-x)x^2}{4}$.

Xét hàm số $V=\frac{\pi(a-x)x^2}{4}$, với $x\le\frac{a}{\pi}$.

Ta có $V=\frac{\pi(a-x)x^2}{4}\le\frac{a^3(\pi-1)}{4\pi^2}$.

Vậy thể tích lớn nhất của khối trụ được tạo thành là: $\frac{a^3(\pi-1)}{4\pi^2}$.

Câu 174: Theo dự báo với mức tiêu thụ dầu không đổi như hiện nay thì trữ lượng dầu của nước A sẽ hết sau 100 năm nữa. Nhưng do nhu cầu thực tế, mức tiêu thụ tăng lên 4% mỗi năm. Hỏi sau bao nhiêu năm số dầu dự trữ của nước A sẽ hết.

A. 45 năm **B**. 50 năm **C**. 41 năm **D**. 47 năm

Hướng dẫn giải

Giả sử số lượng dầu của nước A là 100 đơn vị.

Số dầu sử dụng không đổi mà 100 năm mới hết thì suy ra số dầu nước A dùng 1 năm là 1 đơn vị.

Gọi n là số năm tiêu thụ hết sau khi thực tế mỗi năm tăng 4%, ta có

$$\frac{1.(1+0,04).\left((1+0,04)^n-1\right)}{0,04}=100\Rightarrow n=log_{1.04}4,846=40,23\ .$$

Vậy sau 41 năm thì số dầu sẽ hết.

Câu 175: Một người có mảnh đất hình tròn có bán kính 5m người này tính trồng cây trên mảnh đất đó biết mỗi mét vuông trồng cây thu hoạch được giá 100 nghìn. Tuy nhiên cần có khoảng trống để dựng chồi và đồ dùng nên người này căng sợi dây 6m sao cho 2 đầu mút dây nằm trên đường tròn xung quanh mảnh đất. Hỏi người này thu hoạch được bao nhiêu tiền (tính theo đơn vị nghìn và bỏ phần số thập phân).

A. 3722 B. 7445 C. 7446 D. 3723

Hướng dẫn giải

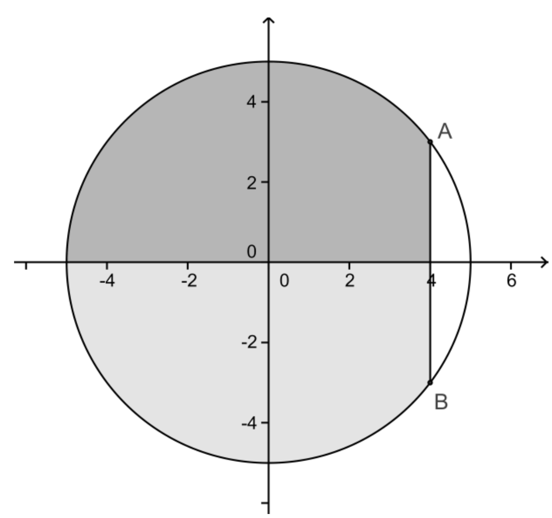
Đặt hệ trục tọa độ 4349582 như hình vẽ.

Phương trình đường tròn của miếng đất sẽ là $x^2+y^2=25$

Diện tích cần tính sẽ bằng 2 lần diện tích phần tô đậm phía trên.

Phần tô đậm được giới hạn bởi đường cong có phương trình là $y=\sqrt{25-x^2}$, trục $Ox; x=-5; x=4$ (trong đó giá trị 4 có được dựa vào bán kính bằng 5 và độ dài dây cung bằng 6)

Vậy diện tích cần tính là $S=2\int_{-5}^{4}\sqrt{25-x^2}dx\approx 74,45228...$Do đó, đáp án là câu **B**



Câu 176: Người thợ cần làm một bể cá hai ngăn, không có nắp ở phía trên với thể tích 1,296 m^3. Người thợ này cắt các tấm kính ghép lại một bể cá dạng hình hộp chữ nhật với 3 kích thước *a*, *b*, *c* như hình vẽ. Hỏi người thợ phải thiết kế các kích thước *a*, *b*, *c* bằng bao nhiêu để đỡ tốn kính nhất, giả sử độ dầy của kính không đáng kể.

A. $a = 3,6m;\ b = 0,6m;\ c = 0,6m$ B. $a = 2,4m;\ b = 0,9m;\ c = 0,6m$

C. $a = 1,8m;\ b = 1,2m;\ c = 0,6m$ D. $a = 1,2m;\ b = 1,2m;\ c = 0,9m$

Hướng dẫn giải

Thể tích bể cá là: $V = abc = 1,296$

Diện tích tổng các miếng kính là $S = ab + 2ac + 3bc$ (kể cả miếng ở giữa)

Ta có: $\dfrac{S}{abc} = \underbrace{\dfrac{1}{c} + \dfrac{2}{b} + \dfrac{3}{a} \geq 3\sqrt[3]{\dfrac{1}{c}.\dfrac{2}{b}.\dfrac{3}{a}}}_{Cauchy\ cho\ 3\ so\ \frac{1}{c},\frac{2}{b},\frac{3}{a}} = \dfrac{3\sqrt[3]{6}}{\sqrt{abc}} = \dfrac{3\sqrt[3]{6}}{\sqrt{1,296}}$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} \dfrac{1}{c} = \dfrac{2}{b} = \dfrac{3}{a} \\ abc = 1,296 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1,8 \\ b = 1,2 \\ c = 0,6 \end{cases}$.

Đáp án: C

Câu 177: Một phễu đựng kem hình nón bằng giấy bạc có thể tích 12π (cm^3) và chiều cao là 4cm. Muốn tăng thể tích kem trong phễu hình nón lên 4 lần, nhưng chiều cao không thay đổi, diện tích miếng giấy bạc cần thêm là.

A. $(12\sqrt{13} - 15)\pi\left(cm^2\right)$. B. $12\pi\sqrt{13}\left(cm^2\right)$.

C. $\dfrac{12\sqrt{13}}{15}\left(cm^2\right)$. D. $(12\sqrt{13} + 15)\pi\left(cm^2\right)$

Hướng dẫn giải

Gọi R_1 là bán kính đường tròn đáy hình nón lúc đầu; h_1 là chiều cao của hình nón lúc đầu.

Gọi R_2 là bán kính đường tròn đáy hình nón sau khi tăng thể tích; h_2 là chiều cao của hình nón sau khi tăng thể tích.

Ta có: $V_1 = \dfrac{1}{3}\pi R_1^2 h_1 \Rightarrow 12\pi = \dfrac{1}{3}\pi R_1^2 4 \Rightarrow R_1 = 3$

$$\left.\begin{array}{l} V_1 = \dfrac{1}{3}\pi R_1^2 h_1 \\ V_2 = \dfrac{1}{3}\pi R_2^2 h_2 \\ h_2 = h_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{R_2^2}{R_1^2} = 4 \Rightarrow R_2 = 2R_1 = 6$$

Diện tích xung quanh hình nón lúc đầu: $S_{xp1}=\pi R_1 l_1=\pi 3\sqrt{16+9}=15\pi\left(cm^2\right)$

Diện tích xung quanh hình nón sau khi tăng thể tích: $S_{xp2}=\pi R_2 l_2=\pi 6\sqrt{16+36}=12\pi\sqrt{13}\left(cm^2\right)$

Diện tích phần giấy bạc cần tăng thêm là: $S=\left(12\sqrt{13}-15\right)\pi\left(cm^2\right)$

Đáp án: A

Câu 178: Một người đứng từ sân thượng một tòa nhà cao 262m, ném một quả bi sắt theo phương thẳng đứng hướng xuống (bỏ qua ma sát) với vận tốc 20m/s. Hỏi sau 5s thì quả bi sắt cách mặt đất một đoạn Δd bao nhiêu mét? (Cho gia tốc trọng trường $a=10\left(m/s^2\right)$

A. 35 m B.36 m C. 37 m D. 40 m

Hướng dẫn giải

Quả bi sắt chịu tác dụng của trọng lực hướng xuống nên có gia tốc trọng trường $a=10\left(m/s^2\right)$

Ta có biểu thức v theo thời gian t có gia tốc a là:

$v=\int adt=\int 10dt=10t+C$

Ở đây, với:

$t=0, v=20m/s$

$\Rightarrow C=20$

Vậy ta biểu diễn biểu thức vận tốc có dạng:

$v=10t+20\left(m/s\right)$

Lấy nguyên hàm biểu thức vận tốc, ta sẽ được biểu thức quảng đường

$$\begin{aligned} s&=\int vdt\\ &=\int\left(10t+20\right)dt\\ &=5t^2+20t+K\end{aligned}$$

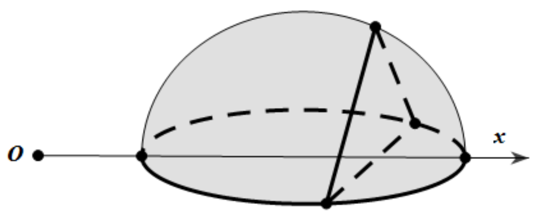
Theo đề bài, ta được khi $t=0\Rightarrow s=0\Rightarrow K=0$

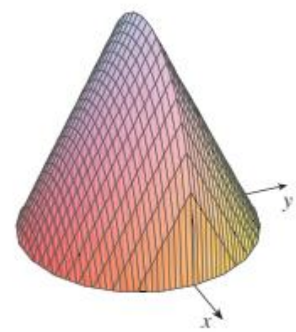
Vậy biểu thức tọa độ quảng đường là: $s=5t^2+20t\left(m/s^2\right)$

Khi $t=5s$, ta sẽ được $s=225\left(m\right)$

Vậy quả bi cách mặt đất $\Delta d=262-225=37\left(m\right)$.

Câu 179: Một vật có kích thước và hình dáng như hình vẽ dưới đây. Đáy là hình tròn bán kinh 4 cắt vật bởi các mặt phẳng vuông góc với trục *Ox* ta được thiết diện là tam giác đều. Thể tích của vật thể là:





A. $V=\dfrac{256}{3}$. **B.** $V=\dfrac{32}{3}$. **C.** $V=\dfrac{256\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{32\sqrt{3}}{3}$.

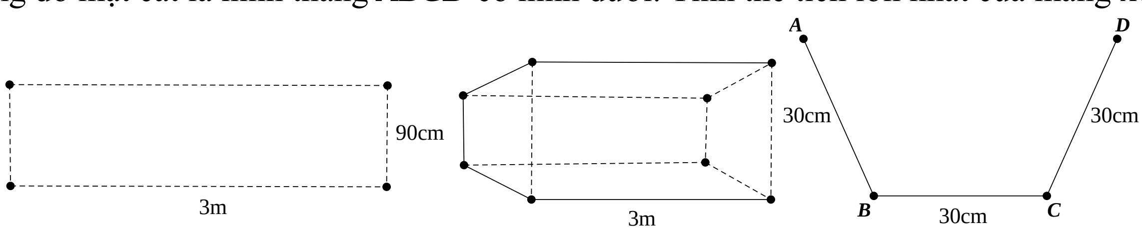
Hướng dẫn giải

Chọn tâm đường tròn làm gốc.

Diện tích thiết diện là $S=\dfrac{\sqrt{3}}{4}AB^2=\sqrt{3}(4-x^2)$

$$V=\int_{-2}^{2}S(x)dx=\sqrt{4}\int_{-2}^{2}(4-x^2)dx$$

Câu 180: Từ một tấm tôn có kích thước 90cmx3m người ta làm một máng xối nước trong đó mặt cắt là hình thang *ABCD* có hinh dưới. Tính thể tích lớn nhất của máng xối.



A. $40500\sqrt{3}cm^3$ **B.** $40500\sqrt{2}cm^3$ **C.** $40500\sqrt{6}cm^3$ **D.** $40500\sqrt{5}cm^3$

Hướng dẫn giải

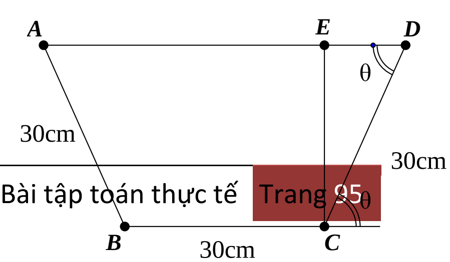
Thể tích máng xối: $V=S_{ABCD}.300\ (cm^2)$.

Vậy thể tích lớn nhất khi diện tích hình thang là lớn nhất.

$$S_{ABCD}=\frac{1}{2}(BC+AD).CE$$

$CE=CDsin\theta=30.sin\theta$

$AD=BC+2ED=30+60cos\theta$



$S_{ABCD}=90sin\theta+\frac{90}{2}sin2\theta$

Đặt $f(\theta)=90sin\theta+\frac{90}{2}sin2\theta$ $,\theta\in[0;\pi]$

$f'(\theta)=90cos\theta+\frac{90}{2}.2cos2\theta$

$f'(\theta)=0\Leftrightarrow\cos\theta+\cos2\theta=0\Leftrightarrow2\cos^2\theta+\cos\theta-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos\theta=\frac{1}{2}\\\cos\theta=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\theta=\frac{\pi}{3}\\\theta=\pi\end{array}\right.$.

$f(0)=f(\pi)=0;f\left(\frac{\pi}{3}\right)=135\sqrt{3}$. Vậy GTLN của diện tích $ABCD$ là $135\sqrt{3}cm^2$.

Vậy thể tích máng xối lớn nhất bằng $40500\sqrt{3}cm^3$ khi ta cạnh CD tạo với BC góc 60^0.

Câu 181: Theo số liệu từ Facebook, số lượng các tài khoản hoạt động tăng một cách đáng kể tính từ thời điểm tháng 2 năm 2004. Bảng dưới đây mô tả số lượng $U(x)$ là số tài khoản hoạt động, trong đó x là số tháng kể từ sau tháng 2 năm 2004. Biết số lượt tài khoản hoạt động tăng theo hàm số mũ xấp xỉ như sau: $U(x)=A.(1+0,04)^x$ với A là số tài khoản hoạt động đầu tháng 2 năm 2004. Hỏi đến sau bao lâu thì số tài khoản hoạt động xấp xỉ là 194 790 người, biết sau hai tháng thì số tài khoản hoạt động là 108 160 người.

A. 1 năm 5 tháng. **B.** 1 năm 2 tháng. **C.** 1 năm. **D.** 11 tháng.

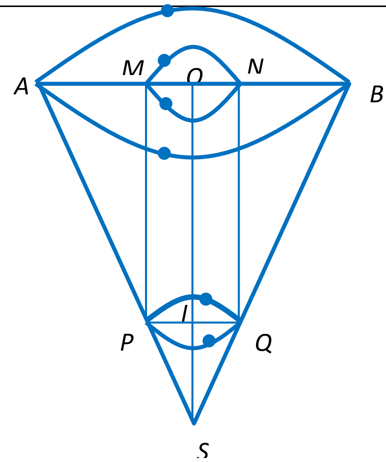
Hướng dẫn giải

Do đề đã cho công thức tổng quát và có dữ kiện là sau hai tháng số tài khoản hoạt động là 108 160 người. Do đó thay vào công thức tổng quát ta sẽ tìm được *A*. Khi đó

$A(1+0.04)^2=108160\Leftrightarrow A=100000$. Khi đó công việc của ta chỉ là tìm x sao cho

$100000(1+0.04)^x=194790\Leftrightarrow x=\log_{(1+0.04)}\frac{194790}{100000}\approx17$ hay 1 năm 5 tháng.

Câu 182: Một bình đựng nước dạng hình nón (không đáy) đựng đầy nước. Biết rằng chiều cao của bình gấp 3 lần bán kính đáy của nó. Người ta thả vào đó một khối trụ và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $\frac{16\pi}{9}dm^3$. Biết rằng một mặt của khối trụ nằm trên mặt trên của hình nón, các điểm trên đường tròn đáy còn lại đều thuộc các đường sinh của hình nón (như hình vẽ) và khối trụ có chiều cao bằng đường kính đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của bình nước là:



A. $S_{xq}=\dfrac{9\pi\sqrt{10}}{2}\,dm^2$. **B.** $S_{xq}=4\pi\sqrt{10}\ dm^2$. **C.** $S_{xq}=4\pi\,dm^2$. **D.** $S_{xq}=\dfrac{3\pi}{2}\ dm^2$.

Hướng dẫn giải

Xét hình nón : $h=SO=3r$, $r=OB,\ l=SA$. Xét hình trụ : $h_1=2r=NQ$, $r_1=ON=QI$

$\Delta SQI\sim\Delta SBO\ \Rightarrow\dfrac{QI}{BO}=\dfrac{SI}{SO}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow r_1=\dfrac{r}{3}\ \Rightarrow$ Thể tích khối trụ là :

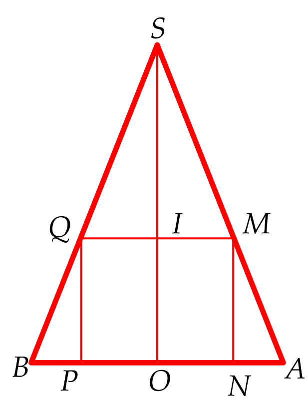
$V_t=\pi r_1^2h_1=\dfrac{2\pi r^3}{9}=\dfrac{16\pi}{9}\Rightarrow r=2\Rightarrow h=6\ \Rightarrow l=\sqrt{h^2+r^2}=2\sqrt{10}\Rightarrow S_{xq}=\pi rl=4\pi\sqrt{10}\ dm^2$

Câu 183: Cho tam giác SOA vuông tại O có $MN\in SO$ với $M,\ N$ lần lượt nằm trên cạnh $SA,\ OA$. Đặt $SO=h$ không đổi. Khi quay hình vẽ quanh SO thì tạo thành một hình trụ nội tiếp hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O bán kính $R=OA$. Tìm độ dài của MN để thể tích khối trụ là lớn nhất.

A. $MN=\dfrac{h}{2}$ **B.** $MN=\dfrac{h}{3}$ **C.** $MN=\dfrac{h}{4}$ **D.** $MN=\dfrac{h}{6}$

Hướng dẫn giải

Ta thấy khi quay quanh trục SO sẽ tạo nên một khối trụ nằm trong khối chóp. Khi đó thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật $MNPQ$. Ta có hình sau:



Ta có $SO = h$; $OA = R$. Khi đó đặt $OI = MN = x$.

Theo định lí Thales ta có $\frac{IM}{OA} = \frac{SI}{SO} \Rightarrow IM = \frac{OA.SI}{SO} = \frac{R.(h-x)}{h}$. Thể tích khối trụ

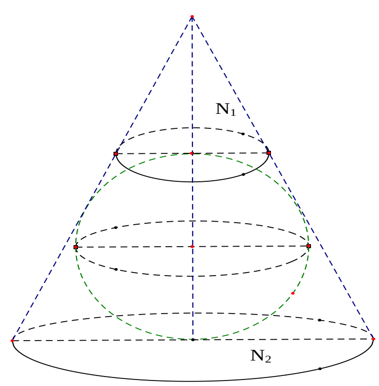
$V = \pi IM^2.IH = \frac{\pi R^2}{h^2}.x(h-x)^2$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có: $2x(h-x)^2 \le \left[\frac{2x+2(h-x)}{3}\right]^3$

Vậy $V \le \frac{4\pi R^2 h}{27}$. Dấu "=" xảy ra khi $x = \frac{h}{3}$. Hay $MN = \frac{h}{3}$.

Câu 184: Một hình nón bị cắt bởi mặt phẳng (P) song song với đáy. Mặt phẳng (P) chia hình nón làm hai phần (N_1) và (N_2). Cho hình cầu nội tiếp (N_2) như hình vẽ sao cho thể tích hình cầu bằng một nửa thể tích của (N_2). Một mặt phẳng đi qua trục hình nón và vuông góc với đáy cắt (N_2) theo thiết diện là hình thang cân, tang góc nhọn của hình thang cân là

A. 2 B. 4 C. 1 D. $\sqrt{3}$



Hướng dẫn giải

Giả sử ta có mặt cắt của hình nón cụt và các đại lượng như hình vẽ.

Gọi α là góc cần tìm.

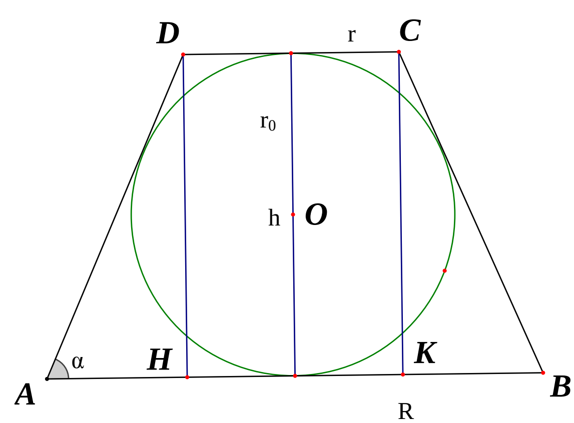
Xét ΔAHD vuông tại H có $DH = h, AH = R - r$

$\Rightarrow h = 2r_0 = AH.\tan\alpha = (R-r)\tan\alpha \quad (1)$

Thể tích khối cầu là $V_1 = \frac{4}{3}\pi r_0^3 = \frac{\pi h^3}{6}$

Thể tích của (N_2) là $V_2 = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + r^2 + Rr)$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow h^2 = R^2 + r^2 + Rr \quad (2)$



Ta có $BC = R + r$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Mà $h^2 = BC^2 - (R-r)^2 = 4Rr \quad (3)$

Từ $(2),(3) \Rightarrow (R-r)^2 = Rr \quad (4)$

Từ $(1),(3),(4) \Rightarrow h^2 = (R-r)^2.\tan^2\alpha = 4(R-r)^2 \Rightarrow \tan^2\alpha = 4 \Rightarrow \tan\alpha = 2$ (vì α là góc nhọn)

Câu 185: Theo kết quả của một trung tâm nghiên cứu về mức độ sa mạc hóa của hoang mạc Sahara cho biết mức độ sa mạc hóa của hoang mạc là một hàm phụ thuộc theo nhiệt độ môi trường: $\Delta S = (t^2 - 2t - 1).e^{-2t+3}$.Giả sử nhiệt độ môi trường dao động từ 0^0C đến 50^0C. Hỏi nhiệt độ nào khiến mức độ sa mạc hóa lớn nhất ?

A. 3^0 **B.** 1^0 **C.** 2^0 **D.** 0^0

Giả sử $f(t) = \Delta S = (t^2 - 2t - 1).e^{-2t+3}$

$f'(t) = (2t - 2).e^{-2t+3} - 2(t^2 - 2t - 1).e^{-2t+3}$

$f'(t) = (-2t^2 + 6t).e^{-2t+3}$

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow -2t^2 + 6t = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = 3 \end{array}\right.$

Ta thấy max f(t) = f(3) = 0,10

Câu 186: Chuyện kể rằng: "Ngày xưa, ở đất nước Ấn Độ có một vị quan dâng lên nhà vua một bàn cờ có 64 ô kèm theo cách chơi cờ. Nhà vua thích quá, bảo rằng: "Ta muốn dành cho khanh một phần thưởng thật xứng đáng. Vậy khanh thích gì nào?" Vị quan tâu "Hạ thần chỉ xin Bệ Hạ thưởng cho một số hạt thóc thôi ạ! Cụ thể như sau: "Bàn cờ có 64 ô thì với ô thứ nhất thần xin nhận một hạt, ô thứ 2 thì gấp đôi ô đầu, ô thứ 3 thì lại gấp đôi ô thứ hai, ô sau nhận số hạt gạo đôi phần thưởng dành cho ô liền trước". Thoạt đầu nhà Vua rất ngạc nhiên vì phần thưởng quá khiêm tốn nhưng đến khi những người lính vét sạch đến hạt thóc cuối cùng trong kho gạo của triều đình thì nhà Vua mới kinh ngạc mà nhận ra rằng: "Số thóc này là một số vô cùng lớn, cho dì có gom hết số thóc của cả nước cũng không thể đủ cho một bàn cờ chỉ có vỏn vẹn 64 ô!". Bạn hãy tính xem số hạt thóc mà nhà vua cần để ban cho vị quan là một số có bao nhiêu chữ số?

A. 19 **B.** 20 **C.** 21 **D.** 22

Đáp án B

Từ dữ kiện đề bài ta dễ dàng suy ra số thóc ở ô thứ n sẽ là 2^{n-1} hạt.

Tổng số thóc ở các ô là $S=\sum_{1}^{64}2^n=1+2+2^2+...+2^{63}=\frac{2^{64}-1}{2-1}=2^{64}-1$ hạt

Lưu ý rằng số chữ số của một số chính là giá trị nguyên nhỏ nhất lớn hơn log của số đó.

Sử dụng máy tính ta tính được $\log\left(2^{64}-1\right)\approx 19,26591972$ nên số thóc là một số có 20 chữ số.

Câu 187: Một bể nước có dung tích $1m^3$ nước. Người ta mở vòi cho nước chảy vào bể. Ban đầu bể cạn. Trong giờ đầu, vận tốc nước chảy vào bể là 1 lít/phút. Trong các giờ tiếp theo vận tốc nước chảy giờ sau gấp đôi giờ trước. Hỏi sau khoảng thời gian bao lâu thì bể nước đầy ?

A. 5,14 giờ **B.** 14915 giây **C.** 350 phút **D.** 3,14 giờ

Đáp án **B**

Gọi n là số giờ vòi nước chảy để đầy bể

Vận tốc chảy giờ đầu là 60 lit/giờ

Trong giờ đầu vòi chảy được 60 lit

Trong giờ thứ hai vòi chảy được 60.2 lit

Trong giờ thứ ba vòi chảy được 60.2^2 lit

…

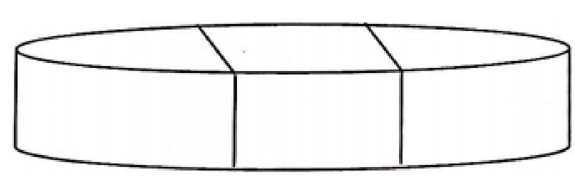
Trong giờ thứ n vòi chảy được 60.2^{n-1} lit

→ Tổng lượng nước chảy sau n giờ là

$$60.(1+2+2^2+...2^{n-1})=60(2^n-1)lit\to 60(2^n-1)=1000\Rightarrow 2^n=\frac{53}{3}\Rightarrow n=\log_2\left(\frac{53}{3}\right)\approx 4,142957(h)$$

Đổi đơn vị ta suy ra thời gian cần chảy xấp xỉ 14915 giây.

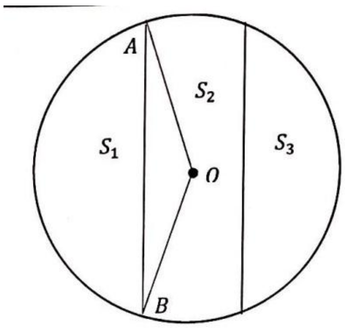
Câu 188: Trong ngày trung thu, bố bạn Nam đem về cho bạn Nam một chiếc bánh trung thu. Nam rất vui vẻ vì điều đó, tuy nhiên để kích thích tinh thần toán học của bạn Nam, bố bạn Nam đưa ra một bài toán như sau : Giả sử



chiếc bánh có hình trụ đứng, đáy là hình tròn đường kính 12cm, chiều cao 2cm. Bạn Nam phải cắt chiếc bánh thành 3 phần bằng nhau, cách cắt phải tuân thủ quy tắc. Nam chỉ được cắt đúng hai nhát, mặt phẳng 2 nhát dao phải vuông góc với đáy và song song với nhau. Như vậy, theo cách cắt thì sẽ có hai miếng giống nhau và một việc khác hình thù, 3 miếng có cùng chung thể tích. Hỏi khoảng cách giữa 2 mặt phẳng nhát cắt gần nhất với giá trị bao nhiêu ?

A. 3,5cm **B.** 3cm **C.** 3,2cm **D.** 3,44cm

Đáp án **C**



Thực chất bài toàn là chai hình tròn thành 3 phần bằng nhau như hình vẽ:

Vì các miếng bánh có cũng chiều cao nên diện tích đáy của các miếng bánh phải bằng nhau và bằng $\frac{1}{3}$ diện tích chiếc bánh ban đầu.

Trong hình vẽ thì ta có OA=OB=6 và $S_1 = S_2 = S_3 = \frac{\pi.OA^2}{3} = 12\pi$

Đặt AOB=$\alpha \in (0,\pi)$ thì ta có: $S_1 + S_{\Delta OAB} = S_{OAB}$

$$\Leftrightarrow 12\pi + \frac{1}{2}OA.OB.\sin\alpha = \frac{OA^2.\pi}{2\pi}.\alpha$$

$$\Leftrightarrow 12\pi + 18\sin\alpha = 18\alpha$$

Sử dụng chức năng SHIFT SOLVE trên máy tính ta tìm được giá trị $\alpha \approx$ 2,605325675

Khoảng cách 2 nhát dao là $x = OA.\cos\frac{\alpha}{2}2 \approx 3{,}179185015$

Câu 189: Một nhà toán học đang dự định chinh phục đỉnh núi Everest (có độ cao là 8848m). Do có vấn đề về tim mạch, nên ông rất quan tâm tới vấn đề áp lực khí O_2 trong khi thở. Qua tìm hiểu ông phát hiện ra hai công thức có ảnh hưởng tới quá trình leo núi của mình: $P_{O_2} = C_{O_2/kk}.(P_{kq} - 47)(mmHg)$ (trong đó, P_{O_2} là áp lực khí O_2 trong khi thở, $C_{O_2/kk} = 0,21$ là nồng độ O_2 trong không khí bình thường, $P_{kk}(mmHg)$ là áp lực khí quyển và $P_{kk} = f(h) = \frac{1-e^{-3(h/5000)^2}}{3(h/5000)^2}.760(mmHg)$ (trong đó, h(m) là độ cao nơi người đó đứng so với mặt đất). Khi dưới 100mmHg bệnh ông sẽ tái phát và chết. Tìm khẳng định đúng?

1.Muốn bảo toàn tính mạng, nhà toán học không thể lên đỉnh núi.

2.Còn thiếu chưa đầy 100m nữa là nhà toán học có thể lên đỉnh núi.

3.Nhà toán học sẽ lên được đỉnh nếu sức chịu đựng của ông ta là trên 110mmHg.

A. Không có **B.** Khẳng định 1,2,3 **C.** Khẳng định 1,3 **D.** Khẳng định 1,2

Khẳng định 2 và 3 đúng chúng ta dễ dàng kiểm tra được tính đúng đắn! Còn khẳng định 1 là một câu hỏi khá lạ đối với học sinh. Tuy nhiên, ta chỉ cần chú ý tính chất điểm uốn là tâm đối xứng và ta chỉ cần chú ý nếu tồn tại 2 điểm cùng một bên điểm uốn mà cách đều điểm uốn thì bài toán được giải quyết. (Công việc này khác đơn giản). Đáp án đúng là **B.**

Câu 190: Cục điều tra dân số thế giới cho biết: Trong chiến tranh thế giới thứ hai (kéo dài 6 năm); dân số mỗi năm giảm đi 2% so với dân số năm liền trước đó. Vào thời hòa bình sau chiến tranh thế giới thứ hai thì dân số tăng 4% so với dân số năm liền trước đó. Giả sử rằng, năm thứ 2 diễn ra chiến tranh dân số thế giới là 4 tỉ người. Kể từ thời điểm đó thì 10 năm sau thì dân số thế giới là bao nhiêu tỉ người? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

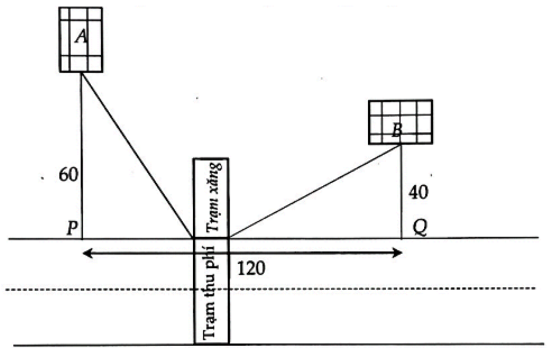
A. $4,88$ **B.** $4,95$ **C.** $4,5$ **D.** $4,35$

10 năm đó bao gồm 3 năm chiến tranh và 7 năm hòa bình. Do đó, dân số sẽ được tính là:

$4.(0,98)^3.(1,04)^7 \approx 4,95$ tỷ người

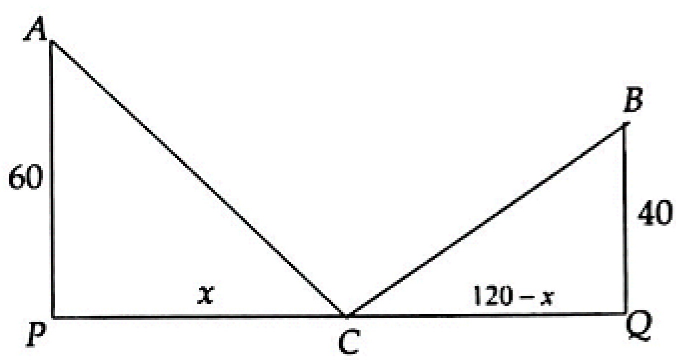
Vậy đáp án đúng là **B**

Câu 191: Đường cao tốc mới xây nối hai thành phố A và B, hai thành phố này muốn xây một trạm thu phí và trạm xăng ở trên đường cao tốc như hình vẽ. Để tiết kiệm chi phí đi lại, hai thành phố này quyết định toán xem xây trạm thu phí ở vị trí nào để tổng khoảng cách từ hai trung tâm thành phố đến trạm là ngắn nhất, biết khoảng cách từ trung tâm thành phố A, B đến đường cao tốc lần lượt là 60km và 40km và khoảng cách giữa hai trung tâm thành phố là 120km (được tính theo khoảng cách của hình chiếu vuông góc của hai trung tâm thành phố lên đường cao tốc, tức là PQ kí hiệu như hình vẽ). Tìm vị trí của trạm thu phí và trạm xăng? (Giả sử chiều rộng của trạm thu phí không đáng kể).



A. 72km kể từ P **B.** 42km kể từ Q **C.** 48km kể từ P **D.** tại P

Vẽ lại hình vẽ thì ta có hình vẽ đơn giản hóa như sau:



Thực chất bài toàn trở thành tìm x để AC+BC nhỏ nhất.

Theo định lý Pytago ta có $AC=\sqrt{60^2+x^2}$;

$BC=\sqrt{(120-x^2)+40^2}=\sqrt{x^2-240x+16000}$

Khi đó $f(x)=AC+BC=\sqrt{x^2+3600}+\sqrt{x^2-240x+16000}$. Ta cần tìm $\underset{(0;12)}{\text{Min}}\, f(x)$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+3600}}+\dfrac{x-120}{\sqrt{x^2-240x+16000}}$; khi bấm máy tính nhẩm bằng cách nhập vào màn hình biểu thức f'(x) và ấn $\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\text{SLOVE}}$ và chọn một số nằm trong khoảng (0;120) để dò nghiệm, như tôi nhập 2 máy nhanh chóng hiện nghiệm là 72.

Bấm máy tính sử dụng nút TABLE ta nhận thấy phương trình có duy nhất một nghiệm này do f'(x) chỉ đổi dấu qua 72. Khi đó ta có BBT sau:

X	0	72	120
f'(x)	-	0	+
f(x)	↘	Min	↗

Vậy từ đó ta có thể kết luận CP=72.

Câu 192: Xét một hộp bóng bàn có dạng hình hộp chữ nhật. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng bàn được xếp theo chiều dọc các quả bóng bàn có kích thước như nhau. Phần không gian còn trống trong hộp chiếm:

A. 47,64% **B.** 65,09% **C.** 82,55% **D.** 83,3%

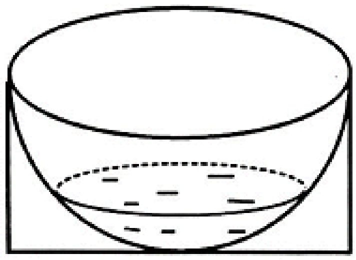
Đáp án D

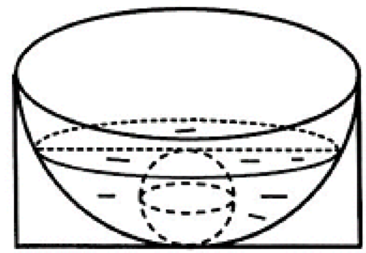
Giả sử bán kính của mỗi quả bóng bàn là r thì khi đó hộp đựng bóng bàn sẽ có kích thước là 2r x 2r x 6r. Khi đó tổng thể tích của ba quả bóng bàn sẽ là $3.\frac{4}{3}.\pi.r^3 = 4\pi r^3$.

Thể tích của hộp sẽ là $2r.2r.6r = 24r^3$. Vậy phần không gian còn trống trong hộp sẽ là:

$V_1 = 24r^3 - 4\pi r^3 = 20\pi r^3$ sẽ chiếm $\frac{20\pi r^3}{24\pi r^3}.100\% \approx 83,3\%$.

Câu 193: Một chậu nước hình bán cầu bằng nhôm có bán kính R=10 đặt trong một khung hình hộp chữ nhật (như hình vẽ). Trong chậu chứa sẵn một khối nước hình chỏm cầu có chiều cao h=2. Người ta bỏ vào chậu một viên bi hình cầu bằng kim loại thì mặt nước dâng lên vừa phủ kín viên bi (như hình vẽ). Cho biết công thức tính thể tích của khối chỏm cầu hình cầu (O;R) có chiều cao h là: $V_{chỏm} = \pi h^2\left(R - \frac{h}{3}\right)$, bán kính của viên bi:





A. $r \approx 1$ **B.** $r \approx \frac{1}{2}$ **C.** $r \approx 1,5$ **D.** Đáp án khác.

Đáp án A

Ta có thể tích phần nước dâng lên chính bằng thể tích của viên bi ném vào. Do vậy ta có:

Thể tích nước ban đầu: $V_1 = \pi h^2\left(R - \frac{h}{3}\right)$;

Khi đó thể tích nước sau khi ném viên bi vào thể tích sẽ là

$V_2 = V_1 + \frac{4}{3}\pi r^3 = \pi h^2\left(R - \frac{h}{3}\right) + \frac{4}{3}\pi r^3 (1)$

Theo đề bài ta có:

"Bỏ vào trong chậu một viên bi hình cầu bằng kim loại thì mặt nước dâng lên vừa phủ kín viên bi".

Do vậy thể tích sau kh bỏ viên bi vào được tính bằng công thức: $V_2 = \pi.(2r)^2\left(R - \frac{2r}{3}\right)$ (2)

Từ (1) và (2) ta có phương trình: $\pi h^2\left(R - \frac{h}{3}\right) + \frac{4}{3}\pi r^3 = 4\pi r^2\left(R - \frac{2r}{3}\right)$

$\Leftrightarrow 4r^3 - 4Rr^2 + h^2\left(R - \frac{h}{3}\right) = 0.$

Khi đó thay các giá trị mà đề đã cho vào phương trình bấm máy tính giải ta được $r \approx 1.019450$ (chọn A). Bấm máy tính ta thấy có 2 nghiệm, tuy nhiên việc bán kính của viên bi xấp xỉ bằng chậu nước là điều vô lí (≈ 9.90486).

Câu 194: Bác Tôm có cái ao có diện tích $50m^2$ để nuôi cá. Vụ vừa qua bác nuôi với mật độ 20 con/m^2 và thu được 1,5 tấn cả thành phẩm. Theo kinh nghiệm nuôi cá của mình, bác thấy cứ thả giảm đi 8 con/ m^2 thì mỗi con cá thành phẩm thu được tăng thêm 0,5 kg. Vậy vụ tới bác phải mua bao nhiêu con cá giống để đạt được tổng năng suất cao nhất? (Giả sử không có hao hụt trong quá trình nuôi).

A. 488 con **B.** 512 con **C.** 1000 con **D.** 215 con

Số cá bác đã thả trong vụ vừa qua là $20.50 = 100$ con.

Tiếp đến ta phải tìm xem nếu giảm đi x con thì mỗi con sẽ tăng thêm bao nhiêu. Trong hóa học các quý độc giả đã học cách làm này rồi, và bây giờ tôi sẽ giới thiệu lại cho quý độc giả:

Khi giảm 8 con thì năng suất tăng 0,5kg/con.

Khi giảm x con thì năng suất tăng a kg/con.

Đến đây ta tính theo cách nhân chéo: $a = \frac{0,5.x}{8} = 0,0625$ kg/con.

Vậy sản lượng thu được trong năm tới của bác Tôm sẽ là :

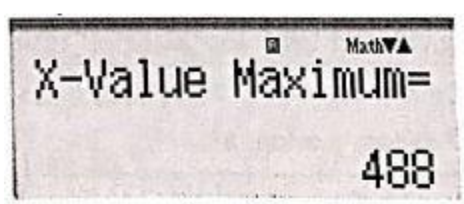
$f(x) = (1000 - x)(1,5 + 0,0625x)$ kg

$f(x) = -0,0625x^2 - 1,5x + 1500 + 62,5x$

$= -0,0625x^2 + 62x + 1500$

Vì đây là hàm số bậc 2 nên đến đây ta có thể tìm nhanh GTNN của hàm số bằng cách bấm máy tính như sau:

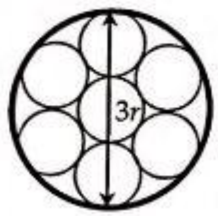
1. Ấn MODE $\rightarrow$ 5:EQN $\rightarrow$ ấn 3 để giải phương trình bậc 2.
2. Lần lượt nhập các hệ số vào và ấn bằng cho đến khi máy hiện:



Lúc đó ta nhận được hàm số đạt GTNN tại $x = 488$. Vậy số cá giảm đi là 488 con. Đến đây nhiều độc giả có thể sẽ chọn ngay đáp án A. Tuy nhiên đề bài hỏi "vụ tới bác phải mua bao nhiêu con cá giống" thì đáp án chúng ta cần tìm phải là $1000-488=512$. Đáp án B

Câu 195: Người ta xếp 7 hình trụ có cùng bán kính đáy r và cùng chiều cao h vào một cái lọ hình trụ cũng có chiều cao h, sao cho tất cả các hình tròn đáy của hình trụ nhỏ đều tiếp xúc với đáy của hình trụ lớn, hình trụ nằm chính giữa tiếp xúc với sáu hình trụ xung quanh, mỗi hình trụ xung quanh đều tiếp xúc với các đường sinh của lọ hình trụ lớn. Khi thể tích của lọ hình trụ lớn là:

A. $16\pi r^2h$ **B.** $18\pi r^2h$ **C.** $9\pi r^2h$ **D.** $36\pi r^2h$



Ta có hình vẽ minh họa mặt đáy của hình đã cho như trên, khi đó ta rõ ràng nhận ra rằng $R=3r$, đề bài thì có vẻ khá phức tạp, tuy nhiên nếu để ý kĩ thì lại rất đơn giản. Vậy khi đó $V=B.h=(3r)^2.\pi.h=9\pi r^2h.$

Câu 196: Một nhà văn viết ra một tác phẩm viễn tưởng về người tí hon. Tại một ngôi làng có ba người tí hon sống ở một vùng đất phẳng. Ba người phải chọn ra vị trí để đào giếng nước sao cho tổng quãng đường đi là ngắn nhất. Biết ba người nằm ở ba vị trí tạo thành tam giác vuông có hai cạnh góc vuông là 3 km và 4 km và vị trí đào giếng nằm trên mặt phẳng đó. Hỏi tổng quãng đường ngắn nhất là bao nhiêu?(làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

A. $7km$ **B.** $6,5km$ **C.** $6,77km$ **D.** $6,34km$

Trên mặt phẳng Oxy ta lấy hai điểm $B(3;0);C(0;4)$ thì ba người mà ta đang xét nằm ở ba vị trí là $O;B;C$ và ta cần tìm điểm M thỏa mãn: $MO+MB+MC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Ta có hai cách làm:

+ Một là gọi $H;K$ là hình chiếu của M lên $OB;OC$ sau đó đặt $MH=x;MK=y$ rồi tiếp tục giải.

+ Hai là ta dựng các tam giác đều $OBX;OMI$ như hình vẽ. Khi đó, ta có:
$\triangle OMB=\triangle OIX \Rightarrow MO+MB+MC=CM+MI+IX\geq CX$ xảy ra khi: C,M,I,X thẳng hàng.

Điểm M là giao điểm của CX và đường tròn ngoại tiếp $\triangle OBX$. Ta có: $X(x,y)$. Khi đó:

$$XO = XB = OB = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ (x-3)^2 + y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{3}{2} \\ y = \pm\dfrac{3\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Do X nằm dưới trục hoành nên: $X\left(\dfrac{3}{2}; -\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)$.

Khi đó ta có: $CX: \dfrac{x-0}{\dfrac{3}{2}-0} = \dfrac{y-4}{-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}-4} \Leftrightarrow x = \dfrac{-24+9\sqrt{3}}{37}(y-4)$

$$(OBX): \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3$$

Do đó, điểm M là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x = \dfrac{-24+9\sqrt{3}}{37}(y-4) \\ \left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2 + \left(y+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{-24+9\sqrt{3}}{37}(y-4) - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{-24+9\sqrt{3}}{37}\right)^2 \left(y + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)\left(y - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = -\dfrac{3\sqrt{3}}{2} \\ y = \dfrac{\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{3\sqrt{3}}{2}\left(\dfrac{-24+9\sqrt{3}}{37}\right)^2}{\left(\dfrac{-24+9\sqrt{3}}{37}\right)^2 + 1} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = -\dfrac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \dfrac{3}{2} \Rightarrow M \equiv X\,(loai) \\ y = \dfrac{\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \left(\dfrac{37^2 - 3(-24+9\sqrt{3})^2}{37^2}\right)}{\dfrac{\left(-24+9\sqrt{3}\right)^2 + 37^2}{37^2}} \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow y = \frac{\dfrac{\sqrt{3}}{2}\left(-1088 + 1296\sqrt{3}\right)}{2188 - 432\sqrt{3}} \Rightarrow y = \frac{486 - 136\sqrt{3}}{547 - 108\sqrt{3}}$$

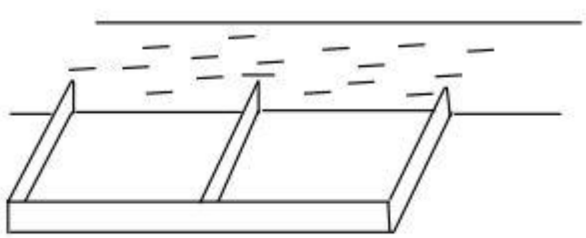
$$\Rightarrow x = \frac{-24+9\sqrt{3}}{37}.\frac{-1702+296\sqrt{3}}{547-108\sqrt{3}} = \frac{(-24+9\sqrt{3})(-46+8\sqrt{3})}{547-108\sqrt{3}} \Rightarrow x = \frac{1320-606\sqrt{3}}{547-108\sqrt{3}}$$

Do đó ta có điểm: $M\left(\frac{1320-606\sqrt{3}}{547-108\sqrt{3}};\frac{486-136\sqrt{3}}{547-108\sqrt{3}}\right)$

$M(0,7512;0,6958)$

Nên: $OM = BM + CM \approx 6,77km$.**Vậy đáp án đúng là C**

Câu 197: Một người nông dân có 15 000 000 đồng để làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) để làm một khu đất có hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60 000 đồng là một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50 000 đồng một mét. Tìm diện tích lớn nhất của đất rào thu được.



A. 6250 m^2 **B.** 1250 m^2 **C.** 3125 m^2. **D.** 50 m^2

Do bác nông dân trả 15 000 000 đồng để chi trả cho nguyên vật liệu và đã biết giá thành từng mặt

nên ta có mối quan hệ:

$3x.50000 + 2y.60000 = 15000000$

$\Leftrightarrow 15x + 12y = 1500$

$\Leftrightarrow y = \frac{150-15x}{12} = \frac{500-5x}{4}$

Diện tích của khu vườn sau khi đã rào được tính bằng công thức:

$f(x) = 2.x.y = 2x.\frac{500-5x}{4} = \frac{1}{2}\left(-5x^2+500x\right)$

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{2}\left(-5x^2+500x\right)$ trên $(0;100)$

$f'(x) = \frac{1}{2}(-10x + 500),\ f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 50$

Ta có BBT

x	0		50		100
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$		$\nearrow$	6250	$\searrow$	

Vậy ta đã có kết quả của bài toán.

Câu 198: Khi quan sát qua trình sao chéo tế bào trong phòng thí nghiệm sinh học, nhà sinh vật học nhận thấy các tế báo tăng gấp đôi mỗi phút. Biết sau một thời gian *t* giờ thì có 100 000 tế bào và ban đầu có 1 tế bào duy nhất. Tìm *t*:

A. $t \approx 16,61$ phút **B.** $t \approx 16,5$ phút **C.** $t \approx 15$ phút **D.** $t \approx 15,5$ phút

Do ban đầu có một tế bào duy nhất nên:

Sau phút sao chép thứ nhất số tế bào là: $N_1 = 2$

Sau phút sao chép thứ hai số tế bào là: $N_2 = 2^2$

…

Sau phút sao chép thứ t số tế bào là: $N_t = 2^t = 100000$

$\Rightarrow t = \log_2 100000 \approx 16,61$ phút

Câu 199: Một công ty phải gánh chịu nợ với tốc độ $D(t)$ đô la mỗi năm, với $D'(t) = 90(1+6)\sqrt{t^2+12t}$ trong đí *t* là số lượng thời gian (tính theo năm) kể từ công ty bắt đầy vay nợ. Đến năm thứ tư công ty đã phải chịu 1 626 000 đô la tiền nợ nần. Tìm hàm số biểu diễn tốc độ nợ nần của công ty này ?

A. $f(t) = 30\sqrt{(t^2+12t)^3} + C$

B. $f(t) = 30\sqrt[3]{(t^2+12t)^2} + 1610640$

C. $f(t) = 30\sqrt{(t^2+12t)^3} + 1595280$

D. $f(t) = 30\sqrt[3]{(t^2+12t)^2} + 1610640$

Ta có thể dễ dàng nhận thấy: bài toán cho đạo hàm của một hàm số, công việc của chúng ta là đi tìm nguyên hàm:

$$\int 90(t+6)\sqrt{t^2+12tdt} = 45\int \sqrt{t^2+12t}d\left(t^2+12t\right)$$

$$= 45\int \left(t^2+12t\right)^{\frac{1}{2}} d\left(t^2+2t\right) = 45.\frac{1}{1+\frac{1}{2}}\left(t^2+12t\right)^{1+\frac{1}{2}} = 30.\sqrt{\left(t^2+12t\right)^3}$$

Vì đến năm thứ tư công ty đã chịu 1610640 tiền nợ nần nên số tiền mà công ty vay năm đầu sẽ được tính $1610640 - 30\sqrt{\left(4^2+12.4\right)^3} = 1595280$

Vậy công thức tính tiền nợ nần sẽ như sau: $D(t) = 30\sqrt{\left(t^2+12t\right)^3} + 1595280$

Câu 200: Tốc độ thay đổi doanh thu (bằng đô la trên một máy tính) cho việc bán *x* máy tính là $f(x)$, biết $f'(x) = 12x^5 + 3x^2 + 2x + 12$. Tìm tổng doanh thu khi bán được mười hai máy tính đầu tiên.

A. 5973984 đô la **B.** 1244234 đô la **C.** 622117 đô la **D.** 2986992 đô la

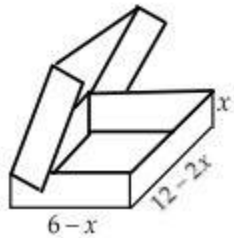
Nhận thấy: $\int \left(12x^5 + 3x^2 + 2x + 12\right)dx$

$$= \frac{12}{5+1}x^6 + 3.\frac{1}{2+1}x^3 + 2.\frac{1}{1+1}x^2 + 12x + C$$

$= 2x^6 + x^3 + x^2 + 12x + C$. Nhận thấy đây là “Tốc độ thay đổi doanh thu (bằng đô la trên một máy tính) cho việc bán x máy tính” nên C = 0. Do vậy ta chỉ cần thay x = 12 vào sẽ được:

$$f(12) = 2.12^6 + 12^3 + 12.12 = 5973984$$

Câu 201: Một hộp đựng chocolate bằng kim loại có hình dạng lúc mở nắp như hình vẽ dưới đây. Một phần tư thể tích phía trên của hộp được dải một lớp bơ sữa ngọt, phần còn lại phía dưới là chứa đầy chocolate nguyên chất. Với kích thước như hình vẽ, gọi $x = x_0$ là giá trị làm cho hộp kim loại có thể tích lớn nhất, khi đó thể tích chocolate nguyên chất có giá trị là V_0 . Tìm V_0



A. 48 đvtt **B.** 16 đvtt **C.** 64 đvtt **D.** $\frac{64}{3}$ đvtt

Trước tiên ta nhận thấy

$V = (6-x)(12-2x)x = 2x(x-6)^2 = 2x(x^2-12x+36) = 2x^3-24x^2+72x$

Xét hàm số $f(x) = 2x^3-24x^2+72x$ trên $(0;6)$

$f'(x) = 6x^2-48x+72;\ f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=6 \\ x=2 \end{array}\right.$

Khi đó ta có $\max\limits_{(0;6)} f(x) = f(2) = 64$ đvtt. Đến đây nhiều quý độc giả vội vã khoanh C mà

không đắn đo gì. Tuy nhiên, nếu vội vã như vậy là bạn đã sai, bởi đề bài yêu cầu tìm thể tích chocolate

nguyên chất mà không phải là thể tích hộp do đó ta cần. Tức là $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ thể tích hộp.

Tức là $\frac{3}{4}.64 = 48$ đvtt.

Câu 202: Biết thể tích khí CO_2 năm 1998 là $V\left(m^3\right)$. 10 năm tiếp theo, thể tích CO_2 tăng $m\%$, 10 năm tiếp theo nữa, thể tích CO_2 tăng $n\%$. Tính thể tích CO_2 năm 2016 ?

A. $V_{2016} = V\frac{\left((100+m)(100+n)\right)^{10}}{10^{20}}\left(m^3\right)$ **B.** $V_{2016} = V.\frac{(100+m)^{10}.(100+n)^{8}}{10^{36}}\left(m^3\right)$

C. $V_{2016} = V + V.(1+m+n)^{18}\left(m^3\right)$ **D.** $V_{2016} = V.(1+m+n)^{18}\left(m^3\right)$

Năm 1999 thể tích khí CO_2 là:

$V_1 = V + V.\frac{m}{100} = V\left(1+\frac{m}{100}\right) = V.\frac{m+100}{100}$

Năm 2000, thể tích khí CO_2 là: $V_2 = V\left(1+\frac{m}{100}\right)^2 = V\left(\frac{1+100}{100}\right)^2$ ...

Vậy ta có quy luật nên sẽ nhẩm nhanh như sau: từ năm 1998 đến 2016 là 18 năm, trong đó 10 năm đầu chỉ số tăng là $m\%$, 8 năm sau chỉ số tăng là $n\%$. Vậy thể tích sẽ là

$V_{2016} = V\left(\frac{m+100}{100}\right)^{10}.\left(\frac{n+100}{100}\right)^8 = V.\frac{(m+100)^{10}(n+100)^8}{10^{36}}$. Đáp án B.

Câu 203: Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 3at^2 + bt$ và:

Ban đầu bể không có nước.

Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là $150m^3$

Sau 10 giây thi thể tích nước trong bể là $1100m^3$

Tính thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây.

A. 8400 m^3 **B.** 2200 m^3 **C.** 600 m^3 **D.** 4200 m^3

Đáp án A.

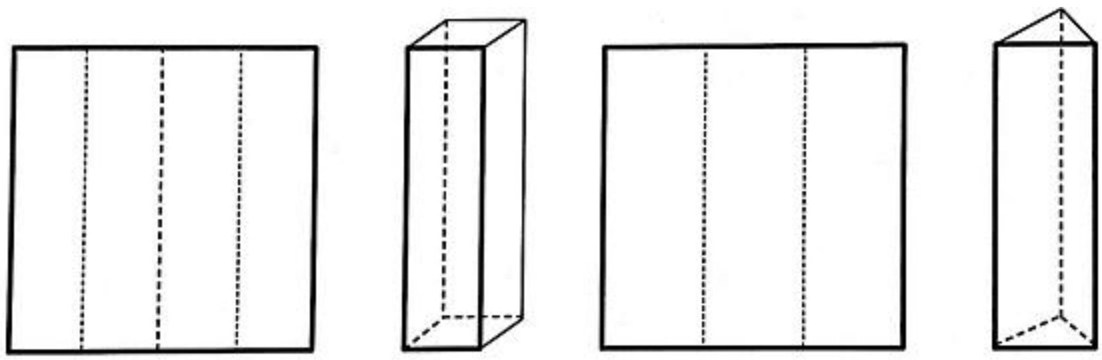
Từ các dữ kiện đề cho ta có: $\int_0^5 (3at^2 + bt)\,dt = \left(at^3 + \frac{1}{2}bt^2\right)\Big|_0^5 = 125a + \frac{25}{2}b = 150$

Tương tự ta có $1000a + 50b = 1100$

Vậy từ đó ta tính được $a = 1; b = 2$

Vậy thể tích nước sau khi bơm được 20 giây là $\int_0^{20} h'(t)\,dt = (t^3 + t^2)\Big|_0^{20} = 8400.$

Câu 204: Từ một mảnh giấy hình vuông cạnh là *a*, người ta gấp nó thành 4 phần đều nhau rồi dựng lên thành một hình lăng trụ tứ giác đều (như hình vẽ). Từ một mảnh giấy hình vuông khác cũng có cạnh là *a*, người ta gấp nó thành 3 phần đều nhau rồi dựng lên thành một hình lăng trụ tam giác đều (như hình vẽ). Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của lăng trụ tứ giác đều và lăng trụ tam giác đều. So sánh V_1 và V_2.



A. $V_1 > V_2$ **B.** $V_1 = V_2$ **C.** $V_1 < V_2$ **D.** Không so sánh được

Ta có $V_1 = a.\frac{a}{4}.\frac{a}{4} = \frac{a^3}{16}$

và $V_2 = a.\frac{1}{2}.\frac{a}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. Do đó $V_1 > V_2$.

Ta chọn phương án **C**.

Câu 205: Tốc độ sinh sản trung bình sau thời gian *t* năm của loài hươu Krata được mô tả bằng hàm số: $v(t) = 2.10^3.e^{-t}.t$. Hỏi rằng, sau 20 năm số lượng tối thiểu sẽ là bao nhiêu biết rằng ban đầu có 17 con hươu Krata và số lượng hươu $L(t)$ con được tính qua công thức: $dL(t)/dt = v(t)$?

A. 2017 **B.** 1000 **C.** 2014 **D.** 1002

Ta có:

$$\frac{dL}{dt} = v(t) = 2.10^3e^{-t}t \Rightarrow L(x) - L(0) = \int_0^x 2.10^3e^{-t}tdt$$

$$\Rightarrow L(x) = L(0) - 2.10^3\left(\left(te^{-t}\right)\Big|_0^x - \int_0^x e^{-t}dt\right)$$

$$\Rightarrow L(x) = L(0) - 2.10^3\left(xe^{-x} - \left(-e^{-t}\right)\Big|_0^x\right)$$

$$\Rightarrow L(x) = L(0) - 2.10^3\left(xe^{-x} + e^{-x} - 1\right)$$

$$x = 20; L(0) = 17 \Rightarrow L(20) = 2017$$

Vậy đáp án đúng là **A**

Câu 206: Một xe tải đang chạy với vận tốc $60km/h$ thì tài xế đạp thắng (đạp nhanh). Sau khi đạp thắng, xe tải chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-27t+24(m/s)$, trong đó *t* là khoảng thời gian tính bằng *giây* kể từ lúc bắt đầu đạp thắng. Hỏi từ lúc đạp thắng đến khi dừng hẳn, xe tải còn di chuyển khoảng bao nhiêu *mét*?

A. 2 mét **B.** 5 mét **C.** 8 mét **D.** 11 mét

Lấy mốc thời gian là lúc xe tải bắt đầu được thắng. Gọi *T* là thời điểm xe tải dừng hẳn. Ta có $v(T)=0$ suy ra $-27T+24=0 \Leftrightarrow T=\frac{24}{27}$. Như vậy, khoảng thời gian từ lúc đạp thắng đến khi dừng hẳn của xe tải là $\frac{24}{27}$ *giây*. Trong khoảng thời gian đó, xe tải di chuyển được quãng đường là

$$S=\int_0^{\frac{24}{27}}(24-27t)\,dt=\left(24t-\frac{27}{2}t^2\right)\Bigg|_0^{\frac{24}{27}}=\frac{32}{3}\ (mét)$$

Ta chọn phương án **D**

Câu 207: Giả sử rằng ở rãnh Mariana ở Tây Bắc Thái Bình Dương (nơi sâu nhất của đại dương), nồng độ muối trong nước biển $C(mol/l)$ là một hàm phụ thuộc vào độ sâu $s(km)$ có phương trình: $C(s)=\frac{e^{s-s^2}}{\sqrt{s+1}}+0,1(mol/l)$. Tìm độ sâu $s_0(km)$ để nồng độ muối nơi đó là lớn nhất.

A. $s_0=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}(km)$ **B.** $s_0=\frac{-1-\sqrt{5}}{4}(km)$ **C.** $s_0=1,182(mol/l)$ **D.** Không tồn tại s_0

Bản chất bài toán này là tìm giá trị lớn nhất của hàm số, ta có:

$$C(s)=\frac{e^{s-s^2}}{\sqrt{s+1}}+0,1 \Rightarrow C'(s)=-\frac{e^{s-s^2}\left(4s^2+2s-1\right)}{2(s+1)^{3/2}}$$

$$C(s)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} s=\frac{-1-\sqrt{5}}{4}(loai) \\ s=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}(chon) \end{array}\right.$$

Vì *s* là độ sâu nên ta chỉ cần xét trong trường hợp $s\ge 0$. Do đó, dễ dàng nhận thấy giá trị lớn nhất khi $s=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$. Vậy đáp án đúng là **A.**

Câu 208: Một vi sinh đặc biệt X có cách sinh sản vô tính kì lạ (sinh sản vô tính tức là sinh sản không cần qua sự giao phối giữa hai con), tại thời điểm 0h có đúng 2 con X. Với mỗi con X, sống được tới giờ thứ *n* (với *n* là số nguyên dương) thì ngay lập tức thời điểm đó nó đẻ một lần ra 2^n con X khác, tuy nhiên do chu kì của con X ngắn nên ngay sau khi đẻ xong lần thứ 4, nó lập tức chết. Hỏi rằng, lúc 7h có bao nhiêu con sinh vật X đang sống?

A. 19328 **B.** 14336 **C.** 19264 **D.** 20170

Đây là một câu suy luận khá thú vị và hơi trừu tượng đối với học sinh, cần phân tích kĩ. Ta sẽ vẽ thành một cái bảng với các hàng thì biểu thị số con sống được $0,1,2,3,4$ tiếng còn các cột thì biểu thị số con từng thời điểm $0h,1h,2h,3h,...,7h$.

	0t	1t	2t	3t	4t
0h	0				
1h	4	2			
2h	16	4	2		
3h	64	16	4	2	
4h	256	64	16	4	2
5h	960	256	64	16	4
6h	3712	960	256	64	16
7h	14336	3712	960	256	64

Ta sẽ mô tả như sau: tại hàng một, có đúng 2 con sống được 0 tiếng tại thời điểm 0h. Tại hàng hai tức là thời điểm 1h, 2 con này sống được 1 tiếng và mỗi con sinh ra $2^1=2$ con nên có tổng 4 con mới được sinh ra, hay là 4 con sống được 0 tiếng tại thời điểm này. Tại hàng thứ ba tức là thời điểm 2h, 4 con sông được 1 tiếng và 2 con sống được 2 tiếng, khi đó, chúng đẻ ra: $4.2^1+2.2^2=16$ con và 16 con này sống được 0 tiếng tại thời điểm này. Cứ tiếp tục như vậy ta có bảng trên và thu được, tại thời điểm 7h ta có tổng số con đang sống là: $14336+3712+960+256=19264$

Vậy đáp án đúng là **C**.

Câu 209: Người ta thí nghiệm đo sự phân bố của 1 loại tảo có hại cho cá trong hồ rộng, và nhận thấy sự phân bố của loại tảo này là 1 hàm $f(h)$ theo độ sâu tính từ mực nước. Tức là ở độ sâu $h(m)$, sẽ có $f(h)(kg/m^3)$ tảo. Cho $f(h)=\frac{h^4}{4}-2.h^2+7$, tìm độ sâu mà ở đó nông độ của tảo là lớn nhất, biết hồ sâu nhất là 4m.

A. $7(kg/m^3)$ **B.** $3(kg/m^3)$ **C.** $39(kg/m^3)$ **D.** $45(kg/m^3)$

Ta sẽ tìm cực trị và các điểm biên của $f(h)$ trong khoảng xét $h\in[0;4]$ Và lấy điểm có $f(h)$ lớn nhất, đó chính là max $f(h)$ cần tìm.

Cực trị là nghiệm của phương trình $f'(h)=0\Leftrightarrow h^3-4h=0\Leftrightarrow h=\pm2$ hoặc $h=0$

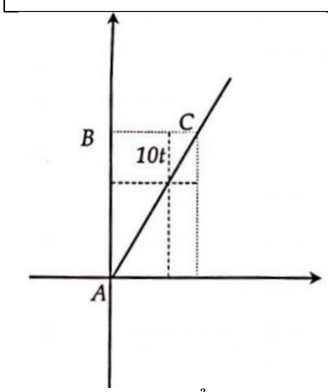
Có: $f(0)=7, f(2)=3, f(4)=39$

Vậy $f(4)=39$ là giá trị MAX cần tìm.

Do đó, đáp án đúng là **C.**

Câu 210: Hai con chuồn chuồn bay trên hai quỹ đạo khác nhau tại cùng một thời điểm. Một con bay trên quỹ đạo đường thẳng từ điểm $A(0;0)$ đến điểm $B(0;100)$ với vận tốc $5m/s$. Con còn lại bay trên quỹ đạo đường thẳng từ $C(60;80)$ về A với vận tốc $10m/s$. Hỏi trong quá trình bay, thì khoảng cách ngắn nhất mà hai con đạt được là bao nhiêu?

A. $20(m)$ **B.** $50(m)$ **C.** $20\sqrt{10}(m)$ **D.** $20\sqrt{5}(m)$



Xét ở thời điểm t

Tọa độ của con chuồn chuồn bay từ B về A là $(0;100-5t)$.

Do con chuồn chuồn bay từ C về A trên đường thẳng AC có hệ số góc $k=\tan\alpha=\frac{4}{3}$ nên tọa độ của con chuồn chuồn này là:

$$\begin{cases} x=60-10t.\cos\alpha=60-10t.\frac{3}{5}=60-6t \\ y=80-10\sin\alpha=80-8t \end{cases}$$

Như vậy ở thời điểm t khoảng cách giữa 2 con chuồn chuồn sẽ là: $d=\sqrt{(60-6t)^2+(20+3t)^2}$

Khoảng cách giữa 2 con chuồn chuồn nhỏ nhất khi và chỉ khi $(60-6t)^2+(20+3t)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất với $t\in[0;10]$

Xét $f(t)=(60-6t)^2+(20+3t)^2$ trên $[0;10]$

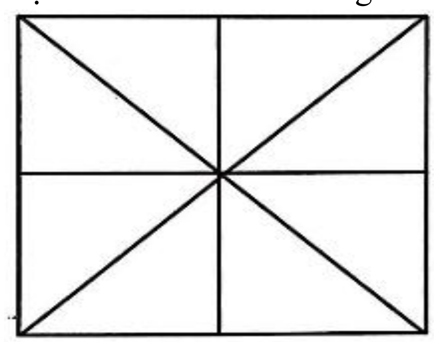
Ta có: $f'(t)=90t-600=0\Leftrightarrow t=\dfrac{20}{3}$

$\Rightarrow \min f(t)=f\left(\dfrac{20}{3}\right)=2000$

$\Rightarrow$ khoảng cách ngắn nhất giữa 2 con chuồn chuồn trong quá trình bay là $\sqrt{2000}=20\sqrt{5}(m)$

Do đó, đáp án đúng là **D.**

Câu 211: Vào ngày tết ở Việt Nam,người ta thường chia một cái bánh chưng (coi như là một hình hộp với hai mặt trên dưới là hình vuông còn chiều bằng nửa cạnh hình vuông) thành 8 phần bằng nhau(bằng những lát cắt là những mặt phẳng vuông góc với đáy và chúng được trên mặt phẳng đáy chúng có vết cắt như hình vẽ sau).Hỏi tổng diên tích toàn phần của tất cả 8 phần so với diện tích của cái bánh tăng lên bao nhiêu lần?



A. $2+\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ **B.** $3+\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ **C.** $2+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\dfrac{3+\sqrt{2}}{2}$

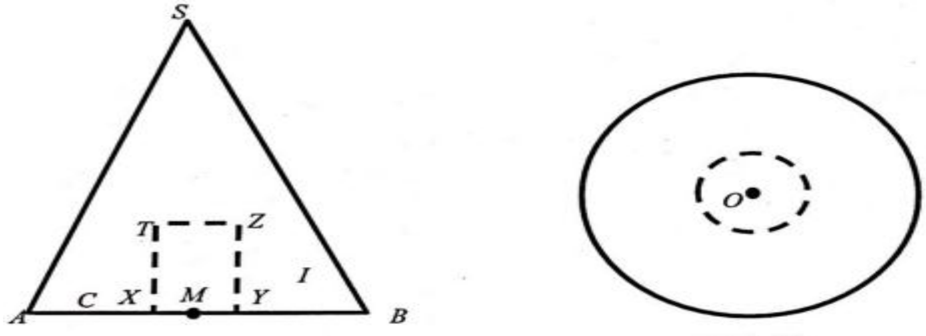
+ 8 mảnh thu được là như nhau.
+ Phần diện tích tăng lên là rh giới của những lát cắt tạo ra.
+ Diện tích toàn phần ban đầu của cái bánh: $S_1=2(2a)^2+4.2a.a=16a^2$
+ Diện tích mỗi phần miếng bánh sau khi cắt ra(bao gồm 2 mặt trên dưới,2 mặt vuông góc, 1 mặt từ cạnh huyền): $s=2.\dfrac{1}{2}a^2+2.(a.a)+a\sqrt{2}.(a)=(3+\sqrt{2})a^2$

Do đó với 8 phần ta có diện tích toàn phần lúc sau là: $S_2=8s=8(3+\sqrt{2})a^2$

Do đó diện tích đã tăng lên: $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{8\left(3+\sqrt{2}\right)a^2}{16a^2}=\dfrac{3+\sqrt{2}}{2}$

Đáp án đúng là **D.**

Câu 212: Tính thể tích của vật thể mà nó có các hình chiếu sau (đường nét liền là những đường nhìn thấy được,đường nét đứt là những đường bị che khuất).



Hình (A)   Hình (B)

Hình (A) là hình chiếu đứng của vật thể có M đồng thời là trung điểm XY và là trung điểm của AB. ΔSAB cân tại S với $SA = SB = 50mm; AB = 60mm$, $XYZT$ là hình chữ nhật có $XY = 20mm; YZ = 15mm$ .Hình (B) là hình chiếu nằm của vật thể.

A. $\frac{11\pi}{2}(cm^3)$ **B.** $1445\pi(mm^3)$ **C.** $1450(mm^3)$ **D.** $\frac{21\pi}{2}(cm^3)$

+ Thể tích hình nón là:

$$V_1 = \frac{1}{3}\pi.MA^2.SM = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{AB}{2}\right)^2.\sqrt{SA^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} \Rightarrow V_1 = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{60}{2}\right)^2.\sqrt{50^2 - \left(\frac{60}{2}\right)^2} = 12000\pi(mm^3)$$

$$\Rightarrow V_1 = 12\pi(cm^3)$$

+ Thể tích khối lăng trụ là:

$$V_2 = \pi.MX^2.XT = \pi\left(\frac{XY}{2}\right)^2.YZ \Rightarrow V_2 = \pi.\left(\frac{20}{2}\right)^2.15 = 1500\pi(mm^3) \Rightarrow V_2 = \frac{3}{2}\pi(cm^3)$$

+ Thể tích của vật thể là: $V = V_1 - V_2 = \frac{21}{2}\pi(cm^3)$. Vậy đáp án đúng là **D.**

Câu 213: Giả sử rằng người anh trong câu chuyện cây khế được phép may tối đa hai cái túi (để xách lên hai vai) từ một mảnh vải chọn tùy ý nhưng chỉ có diện tích là $9m^2$.Hỏi người anh phải chọn vải và cách may như thế nào để đem được nhiều vàng nhất (tức là thu được thể tích lớn nhất), biết rằng mỗi cái túi được coi như một hình hộp chữ nhật?

A. $\left(\frac{3}{2}\right)$ **B.** $\left(\frac{3}{2}\right)^{3/2}$ **C.** $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ **D.** 1

Đáp án đúng là **B.** Với một khối hình hộp chữ nhật có diện tích toàn phần không đổi thì theertichs của nó lớn nhất khi nó là hình lập phương. Thật vậy gọi ba kích thước của hình hộp chữ nhật là a,b,c. Khi đó, ta có:

$$S_{tp} = 2(ab + bc + ca)\text{onst} \;;\quad V = abc = \sqrt{(ab)(bc)(ca)} \le \sqrt{\left(\frac{ab + bc + ca}{2}\right)^2} \Rightarrow V \le \sqrt{\left(\frac{S_{tp}}{6}\right)^3}$$

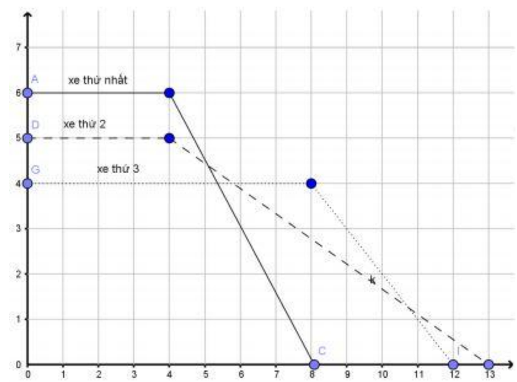
Dấu bằng xảy ra khi $a = b = c$ .Với trường hợp trên ta chỉ cần xét trường hợp hai túi đều là hình lập phương. Gọi hai cạnh của hình lập phương lần lượt là a,b. Khi đó ta có:

$6a^2 + 6b^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = \frac{3}{2}$; $V_{tong} a^3 + b^3 = a^3 + \left(\frac{3}{2} - a^2\right)^{3/2}$;

Xét $f(x) = x^3 + \left(\frac{3}{2} - x^2\right)^{3/2}$ $;0 \le x \le \sqrt{\frac{3}{2}}$

Từ đây ta tìm được thể tích đạt giá trị lớn nhất khi: $x = 0; x = \sqrt{\frac{3}{2}}$ và bằng $\left(\frac{3}{2}\right)^{3/2} m^3$

Câu 214: Tại một thời điểm t trước lúc đỗ xe ở trạm dừng nghỉ, ba xe đang chuyển động đều với vận tốc lần lượt là 60km/h; 50km/h;40km/h. Xe thứ nhất đi thêm 4 phút thì bắt đầu chuyển động chậm dần đều và dừng hẳn ở trạm tại phút thứ 8; xe thứ 2 đi thêm 4 phút thì bắt đầu chuyển động chậm dần đều và dừng hẳn ở trạm tại phút thứ 13; xe thứ 3 đi thêm 8 phút và cũng bắt đầu chuyển động chậm dần đều và dừng hẳn ở trạm tại phút thứ 12. Đồ thị biểu diễn vận tốc ba xe theo thời gian như sau: (đơn vị trục tung $\times 10 km/h$, đơn vị trục tung là phút). Giả sử tại thời điểm t trên, ba xe đang cách trạm lần lượt là $d_1; d_2; d_3$. So sánh khoảng cách này.



A. $d_1 < d_2 < d_3$ **B.** $d_2 < d_3 < d_1$ **C.** $d_3 < d_1 < d_2$ **D.** $d_1 < d_3 < d_2$

Đáp án D

Phương pháp: h o á n g đư n g ng dụng c ng h c o ng ch n đ ng chậ d n đề

$$\frac{v - v_0}{a} = t; \frac{v - v_0^2}{2S} = a$$

Cách giải: h o á n g đư n g n ng

h nh $\frac{v - v_0}{a} = t = \frac{4}{60}(h) \Rightarrow a = 900 km/h^2$

$$s = \frac{v_0^2}{2a} + 60.\frac{4}{60} = 6km \ ; \ S = d_1 = 6km$$

ư n g ự $d_2 = 8,75km; d_3 = \frac{20}{3} km$